

BUNDESMINISTERIUM FÜR VERKEHR



Bundesministerium für Verkehr . Postfach 200100 . 53170 Bonn

(0228) Datum
300- 42 15 27. Okt. 1993

Robert-Schuman-Platz 1
53175 Bonn-Bad Godesberg

Geschäftszeichen (bitte bei Antwort angeben)

BW 21/52.12.01/92 BAW 93

Wasser- und Schifffahrts- direktionen

Nord	24043 Kiel
Nordwest	26590 Aurich
Mitte	30063 Hannover
West	48135 Münster
Südwest	55127 Mainz
Süd	97082 Würzburg
Ost	10117 Berlin

nachrichtlich:

Rhein-Main-Donau AG
Leopoldstraße 28

80802 München

Schäden an Spannbetonbauwerken im Hochbau
- Vorsorgliche Untersuchung möglicher Auswirkungen auf ältere
Spannbetonbrücken

- Erlaß BW 21/52.12.01/117 Vm 90 vom 22. Febr. 1991
- zuletzt Erlaß BW 21/52.12.01/97 Vm 92 vom 27. Nov. 1992

Anlage: Empfehlungen zur Überprüfung von mit Spannstahl Neptun
N 40 bis einschließlich 1965 erstellten Brückenbauwer-
ken - Juli 1993 -

...

Öffentliche Verkehrsmittel
Busse 610 614 618
Bahn 66
Haltestelle: Robert-Schuman-Platz

Besucherparkplätze und
Anlieferungen nur über
Heinrich-von-Stephan-Straße

Fernruf: (0228) 300-0
Telex: 885700 bmv d
Teletex: 2627-2283645 BMVD
2627-2283877 BMVD
Telefax: (0228) 300-3428
(0228) 300-3429

Überweisungen an Bundeskasse Bonn
Kto.-Nr. 3800 1060 Landeszentralbank Bonn
(BLZ 380 000 00)
Kto.-Nr. 11900-505 PGiroA Köln
(BLZ 370 100 50)

Mit Erlaß vom 22. Februar 1991 - BW 21/52.12.01/117 Vm 90 - hatte ich Sie über einen Schadensfall im Hochbau unterrichtet, bei dem als Ursache eine besondere Empfindlichkeit des seinerzeit verwendeten Spannstahls gegen Spannungsrißkorrosion unterstellt werden mußte. Über zwei weitere im Hochbau mit vergleichbarem Spannstahl aufgetretene Schadensfälle ist im Bund/Länder-Fachausschuß Brücken- und Ingenieurbau beraten worden.

Mit Erlaß vom 27. November 1992 - BW 21/52.12.01/97 Vm 92 - habe ich Sie letztmals über den aktuellen Stand der Erkenntnisse unterrichtet.

Zur Klärung der bei Verwendung vergleichbar empfindlicher Spannstähle im Brückenbau denkbaren Risiken und der ggf. erforderlichen vorbeugenden Maßnahmen hat die Abteilung Straßenbau im Bundesverkehrsministerium das Institut für Massivbau der TH Darmstadt und die Bundesanstalt für Materialprüfung- und -forschung Berlin in Verbindung mit dem Otto-Graf-Institut Stuttgart mit der Durchführung entsprechender Untersuchungen beauftragt. Diese Untersuchungen sind nunmehr soweit fortgeschritten, daß weitere konkrete Konsequenzen aus den vorliegenden Erkenntnissen gezogen werden können.

Im Auftrag des Bund/Länder-Fachausschusses Brücken- und Ingenieurbau hat daher eine erweiterte Bund/Länder-Arbeitsgruppe "Bemessung und Konstruktion" - in der neben Vertretern der Straßenbauverwaltungen des Bundes und der Länder auch Vertreter der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung und der Deutschen Bundesbahn mitarbeiten - unter Mitwirkung der an der Ursachenforschung beteiligten Forschungsinstitute und des Deutschen Instituts für Bautechnik alle verfügbaren Informationen ausführlich beraten.

...

Im Vorgriff auf die sich abzeichnenden Forschungsergebnisse ist die Arbeitsgruppe dabei im Einvernehmen mit den genannten Instituten zu folgender Auffassung gekommen:

- (1) Brückenbauwerke, die mit vergütetem Spannstahl St 145/160 (alte Bezeichnung) "Neptun" der Firma Felten und Guilleaume aus der Produktion bis einschließlich 1965 erstellt wurden, bedürfen im Hinblick auf das Risiko eines unangekündigten Tragwerksversagens einer besonderen vorsorglichen Prüfung.

(Eine Zusammenstellung der nach seinerzeitigem Erkenntnisstand mit diesem Spannstahl errichteten Brückenbauwerke der WSV ist als Anlage dem Erlaß vom 27. November 1992 - BW 21/52.12.01/97 Vm 92 - beigelegt.)

- (2) Es kann davon ausgegangen werden, daß nur ein Teil des angesprochenen Spannstahls Eigenschaften aufweist, die möglicherweise zu Schadensentwicklungen wie bei den bekannt gewordenen Schäden im Hochbau führen könnten.
- (3) Bei Beachtung der beigelegten "Empfehlungen", die in Zusammenarbeit mit dem Institut für Bautechnik, der BAM Berlin, dem Otto-Graf-Institut Stuttgart und der erweiterten Arbeitsgruppe Bund/Länder "Bemessung und Konstruktion" vom Institut für Massivbau der TH Darmstadt im Auftrag der Abteilung Straßenbau ausgearbeitet wurden, können nach derzeitigem Kenntnisstand besondere Risiken für die Standesicherheit, die sich aus der Verwendung des genannten Spannstahls ergeben, ausgeschlossen werden.
- (4) Für die übrigen in meinem Erlaß vom 22. Februar 1991 genannten Spannstahlproduktionen (Sigmastähle des Hüttenwerkes Rheinhausen) gibt es bisher keine Anhaltspunkte dafür,

...

daß bei ordnungsgemäßer Verarbeitung des Spannstahls ein besonderes Bauwerksrisiko vorliegen könnte. Hier werden die in dem genannten Erlaß aufgeführten vorsorglichen Maßnahmen nach dem heutigen Erkenntnisstand als ausreichend angesehen. Dementsprechend bitte ich, die betroffenen Bauwerke in besonderen Listen mit ergänzenden Angaben zur Konstruktion sowie Art und Umfang des eingesetzten Spannstahls zu erfassen, bei Abbruch oder Umbau Untersuchungen über den Zustand der Spannstähle durchführen zu lassen und die Prüfberichte nach DIN 1076 jeweils entsprechend auszuwerten.

Die in den beigefügten Empfehlungen vorgesehenen Überprüfungen und Maßnahmen bitte ich für Bauwerke im Geschäftsbereich der Bundeswasserstraßen umgehend einzuleiten.

Dabei sind insbesondere folgende Hinweise zu beachten:

- (5) In das Untersuchungsprogramm sind auch bis 1965 erbaute Spannbetonbauwerke aufzunehmen, bei denen aufgrund fehlender Unterlagen nicht zweifelsfrei festgestellt werden kann, daß kein "Neptunstahl" eingebaut wurde. Gegebenenfalls ist durch Öffnen der Hüllrohre eine Identifizierung vorzunehmen.
- (6) Bauwerke der Gefährdungsklasse I, gemäß Anlage 2 der Empfehlungen, bei denen im Falle eines örtlichen Versagens von Teilen der Spannstähle nennenswerte Lastumlagerungen nicht ohne weiteres unterstellt werden können bzw. Bauwerke, bei denen besondere Auffälligkeiten festgestellt wurden, sind bevorzugt zu überprüfen. Die Bauwerke der Gefahrenklasse II sind, soweit eine gleichzeitige Überprüfung nicht möglich ist, unter Berücksichtigung der vorhandenen Prüfkapazitäten anschließend baldmöglichst zu überprüfen.

...

- (7) Im ersten Schritt ist entsprechend der Anlage 1 der beigefügten "Empfehlungen" das Ankündigungsverhalten des Bauwerkes rechnerisch zu untersuchen. Dazu sind im Spannbetonbrückenbau kompetente Ingenieurbüros zu beauftragen.
- (8) Aufgrund des großen Einflusses der Betonzugfestigkeit auf das Ankündigungsverhalten wird empfohlen, anstelle der auf Seite 4 der Empfehlungen angegebenen Umrechnungsformel über die Betondruckfestigkeit, die Betonzugfestigkeit über Spaltzugversuche an aus dem Bauwerk entnommenen Bohrkernen zu bestimmen.
- (9) Im Hinblick auf bisher gewonnene Erfahrungen und die Notwendigkeit einer späteren einheitlichen Auswertung ist für die über eine reine Rißerfassung hinausgehenden Überprüfungen der Bauwerke und für die damit weiter zu veranlassenden Maßnahmen die Bundesanstalt für Wasserbau einzuschalten, die wiederum vom BMV empfohlene, spezielle Prüfinstitute hinzuziehen wird.

Rückfragen zu Einzelheiten der Punkte (1) bis (9) bitte ich an die Bundesanstalt für Wasserbau (Dipl.-Ing. Ehmann, App. 376) zu richten.

Über die eingeleiteten Maßnahmen und ggf. das Ergebnis der Überprüfungen bitte ich, mir spätestens bis zum 31. März 1994 einen ausführlichen Zwischenbericht zukommen zu lassen. Nach Abschluß der jeweiligen Untersuchungen bitte ich um Mitteilung des Ergebnisses sowie ggf. über Art und Umfang der eingeleiteten Maßnahmen.

Zusatz für WSD Mitte:

Aufgrund der Untersuchungen der BAW und des kurzfristig geplanten Ersatzes der Wehrbrücke Nr. 50 über die Weser bei Dra-

...

kenburg, kann auf die Aufnahme in das Untersuchungsprogramm verzichtet werden. Beim Abriß der Brücke ist die BAW zur Spannglieduntersuchung einzuschalten.

Dieser Erlaß wird bei der nächsten Fortschreibung der VV-WSV 2104 unter Abschnitt 2.2 aufgenommen.

Im Auftrag
Tzschucke

Der Bundesminister für Verkehr

Abteilung Straßenbau

**Empfehlungen zur Überprüfung und Beurteilung von Brückenbauwerken,
die mit vergütetem Spannstahl St 145/160 Neptun N40 bis 1965
erstellt wurden**

Stand Juli 1993

Diese Empfehlungen wurden im Auftrag des Bundesministeriums für Verkehr vom Institut für Massivbau der TH Darmstadt in Abstimmung mit folgenden Institutionen erstellt:

- Bundesanstalt für Materialforschung und -prüfung (BAM), Berlin
- Deutsches Institut für Bautechnik, Berlin
- Erweiterte Arbeitsgruppe "Bemessung und Konstruktion" des Bund/Länder-Fachausschusses Brücken- und Ingenieurbau

Inhaltsverzeichnis	Seite
1. Problemstellung	1
2. Überprüfungsschema für Bauwerke mit St 145/160 Neptun N40 der Fa. F&G (Anlage 1)	2
3. Erläuterung zum Überprüfungsschema	2
3.1 Festlegung der Reihenfolge der zu untersuchenden Bauwerke	2
3.2 Untersuchung des Ankündigungsverhaltens	2
3.3 Vor-Ort Untersuchung	6
3.3.1 Bauwerke mit Vorankündigung	6
3.3.2 Bauwerke ohne Vorankündigung	8
4. Bauwerksprüfungen nach DIN 1076	10

Anlage 1 Überprüfungsschema für Bauwerke mit St 145/160 Neptun
N40 der Fa. F&G

Anlage 2 Einteilung der Bauwerke in Gefährdungsklassen

Anlage 3 Rechnerische Untersuchung des Ankündigungsverhaltens

Anlage 4 Vorgehensweise bei der Spannstahlprobenentnahme
und Abgrenzung der Gefährdung

Anlage 5 Überlegungen für robuste Spannbetontragwerke

1. Problemstellung

Vergüteter Spannstahl mit der Festigkeit 145/160 [kp/mm²] wurde von der Firma Hütten- und Bergwerke Rheinhausen AG unter dem Namen Sigma Oval und von der Firma Felten & Guilleaume unter dem Namen Neptun N40 mit sehr ähnlicher metallurgischer Zusammensetzung, aber unterschiedlichen Vergütungsprozessen, hergestellt. Nachdem es besonders im Vorfeld des Einbaus der Spannstähle zu Schäden gekommen war, wurde nach 1965 die Zusammensetzung zugunsten einer weniger spannungsrißkorrosionsempfindlichen Legierung geändert.

Während man bisher davon ausgehen konnte, daß durch Spannungsrißkorrosion induzierte Brüche nur im unverpreßten Zustand auftreten, daß aber nach Einbetten der Drähte in einen alkalischen Injektionsmörtel ein bereits in Gang gekommener Korrosionsprozeß gestoppt wird, gaben zwei in jüngster Zeit im Bereich des Hochbaus eingetretene Schadensfälle mit dem o.a. Spannstahl Neptun N40 der Firma Felten & Guilleaume zu der Vermutung Anlaß, daß ein sehr langsam fortschreitender Korrosionsprozeß bei diesem Spannstahl auch bei verpreßten Spannungsgliedern möglich ist. Erste zeittraffende Versuche konnten diese Befürchtung nicht widerlegen.

Das Institut für Massivbau der TH Darmstadt wurde daher vom Bundesminister für Verkehr beauftragt, in Zusammenarbeit mit der BAM Berlin und dem Otto-Graf-Institut Stuttgart das Verhalten betroffener Bauwerke bei sukzessivem Ausfall von Spannstahl zu untersuchen. Zentrales Anliegen der Untersuchung des Instituts für Massivbau der TH Darmstadt ist die Frage, ob das Versagen der betroffenen Bauwerke ohne Ankündigung auftreten kann. Hierzu wurden experimentelle Untersuchungen und Vergleichsrechnungen durchgeführt. Gleichzeitig sollte in Zusammenarbeit mit dem Deutschen Institut für Bautechnik und einer Arbeitsgruppe des Bund/Länder-Fachausschusses Brücken- und Ingenieurbau ein Überprüfungskonzept zur Gewährleistung der Sicherheit von möglicherweise betroffenen Brückenbauwerken erarbeitet werden.

2. Überprüfungsschema für Bauwerke mit St 145/160 Neptun N40 der Fa. F&G (Anlage 1)

Die Überprüfung ggf. betroffener Bauwerke ist nach dem als Anlage 1 beigefügten Überprüfungsschema unter Beachtung der nachfolgenden Erläuterungen durchzuführen.

3. Erläuterungen zum Überprüfungsschema

3.1 Festlegung der Reihenfolge der zu untersuchenden Bauwerke

Anlage 2 liefert Kriterien zur prinzipiellen Einteilung der Bauwerke in Gefährdungsklassen. Die Einteilung berücksichtigt die Möglichkeiten der Schnittgrößenumlagerung des statischen Systems bei lokaler Schädigung des Spannstahls, bzw. eventuelle Bauwerksauffälligkeiten, die auf Spannstahlausfall hinweisen.

Falls notwendig, kann mit diesen Kriterien eine Untersuchungsreihenfolge festgelegt werden. Eine Abschätzung der tatsächlichen Gefährdung muß individuell für jedes Bauwerk durchgeführt werden.

3.2 Untersuchung des Ankündigungsverhaltens

Grundidee dieser Untersuchung (Anlage 3) ist es zu überprüfen, ob sich ein eventueller Spannstahlausfall durch Ribbildung am Bauwerk vorankündigt (Rib vor Bruch), oder ob der Spannstahlausfall unmerklich so lange fortschreiten kann, bis die rechnerische Sicherheit γ_r unter 1,0 sinkt, d.h. das Bauwerk plötzlich versagt.

Dazu ist diejenige Spannstahlfläche $A_{z,Ausfall}$ zu berechnen, deren Ausfall unter häufigen Lasten Δq zum Rib im Beton führt ($A_z = A_{z,Ausfall} + A_{z,r}$). Von Vorankündigung kann dann gesprochen werden, wenn die rechnerische Sicherheit für den Lastfall Vollast mit der Restspannstahlfläche $A_{z,r}$ und der vorhandenen Betonstahlfläche A_s über 1,0 liegt.

Eine jährliche regelmäßige Prüfung des Überbaus aus besonderem Anlaß gemäß DIN 1076, Ziffer 6.3, stellt im Fall der

Vorankündigung sicher, daß eventuelle Schäden rechtzeitig entdeckt werden.

Annahmen für die Untersuchung des Ankündigungsverhaltens

Wie die Auswertung bisheriger Schadensfälle und u.a. an der TH-Darmstadt durchgeführte Untersuchungen und Versuche zeigen, ist nach dem gegenwärtigen Kenntnisstand von folgenden Annahmen auszugehen:

- (1) An jeder Tragwerksstelle muß die Möglichkeit einer lokalen Schädigungskonzentration unterstellt werden. Die Beurteilung des Ankündigungsverhaltens (Riß vor Bruch) muß deshalb über die Gesamtbauwerkslänge erfolgen. Ein Nachweis in den Zehntelpunkten der Felder wird dabei als ausreichend angesehen.
- (2) Der verbleibende Restspannstahlquerschnitt hat bis zur Fließgrenze unveränderte Materialeigenschaften. Ein Fließplateau darf bei der Berechnung nicht angesetzt werden. Für den Bruchsicherheitsnachweis ist bei der Bestimmung der Restsicherheit von einer Fließgrenze $\beta_{s,z} = 1420 \text{ N/mm}^2$ auszugehen.
- (3) Ein sich unter häufiger Last öffnender Riß ist in der Regel auch unter ständigen Lasten sichtbar.

Vorgehensweise

- a) **Bestimmung der Restquerschnittsfläche des Spannstahls zum Zeitpunkt der Rißbildung**

Unter der Annahme eines sukzessiven Ausfalls des Spannstahls wird in den Zehntelpunkten der Felder diejenige Spannstahlfläche $A_{z,r}$ bestimmt, die bei Rißbildung unter häufigen Lasten gerade noch vorhanden ist.

$$\beta_{bz} = \sigma_{b,\Delta q} - A_{z,r} \epsilon_v^0 E_z \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_b} \right] + \frac{M_{vx}}{W_b}$$

(vgl. Anlage 5, Gl.49)

mit:

y_{bz}	Abstand des Spannstahlschwerpunkts zum Querschnittsschwerpunkt
ϵ_v^0	Vordehnung des Spannstahls
W_b	Widerstandsmoment der Randfaser des Betonquerschnitts
Δq	häufige Last
$\sigma_{b, \Delta q}$	Betonrandspannung infolge häufiger Last Δq
β_{bZ}	zentrische Zugfestigkeit $\beta_{bZ} = 0,25 \cdot \beta_{WN}^{2/3}$, mindestens jedoch $2,7 \text{ N/mm}^2$
β_{WN}	Würfeldruckfestigkeit
M_{ux}	statisch unbestimmter Anteil des Moments aus Vorspannung
E_z	Elastizitätsmodul des Spannstahls (205000 N/mm^2)

Bei der Berechnung der zentrischen Zugfestigkeit sind für die Würfeldruckfestigkeit die Werte nach Tabelle 1 einzusetzen.

Güteklasse	B300	B450	B600
$\beta_{WN} [\text{N/mm}^2]$	25	40	55

Tabelle 1 : Anzusetzende Würfeldruckfestigkeit β_{WN} zur Bestimmung von β_{bZ} in Abhängigkeit der früher verwendeten Güteklassen des Betons

Wenn in besonderen Fällen mit niedrigerer Betonzugfestigkeit gerechnet werden soll (Riß bei kleinerem Ausfallgrad und damit höhere Restsicherheit), sind diese Werte durch mindestens 6 Spaltzugversuche an dem Bauwerk entnommenen Bohrkernen nachzuweisen.

Bei der Festsetzung des für die Berechnung der häufigen Last Δq anzusetzenden Verkehrslastanteils sind die Besonderheiten jeden Bauwerks zu berücksichtigen. Dabei darf die angesetzte Last nicht höher sein als die tatsächlich häufig auftretende Last.

Als Richtwert für Brückenklasse 60, DIN 1072, gilt:

$$\Delta q = g + \Delta g + 40\% p$$

Unter Berücksichtigung der lokalen Gegebenheiten könnte aber z.B. für eine Brücke der Brückenklasse 30 im Stadtverkehr mit häufig (Auftreten mindestens einmal pro 14 Tage) hohem Schwerlastverkehr - bei entsprechendem Nachweis - der Verkehrslastanteil im Extremfall auf bis zu 80 % von p erhöht werden.

b) Bestimmung der Restsicherheit zum Zeitpunkt der Rißbildung

Mit der unter a) ermittelten Restspannstahlfläche für die Zehntelpunkte der Felder wird die Restbruchsicherheit γ_r zum Zeitpunkt der Rißbildung ermittelt:

$$\gamma_r = (M_{Az,r} + M_{As} - M_{Vx}) / M_q$$

mit :

- $M_{Az,r}$ = Bruchmoment bei Ansatz der Restspannstahlfläche
- M_{As} = Bruchmoment bei Ansatz des Betonstahls
- M_q = äußeres Moment aus Vollast
- M_{Vx} = statisch unbestimmter Anteil des Momentes aus Vorspannung (Vorzeichen siehe Anlage 5)

Bei der Bestimmung der Restbruchsicherheit γ_r darf der Mittelwert der Fließgrenze des Betonstahls mit maximal der 1,1 fachen Nennfließgrenze angesetzt werden.

Damit ergeben sich für die bis 1965 verwendeten Betonstahlorten folgende maximale Rechenwerte der Fließgrenzen:

$$\text{BSt II a und b} : 1,1 * 360 \text{ N/mm}^2 = 396 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{BSt III a und b} : 1,1 * 420 \text{ N/mm}^2 = 462 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{BSt IV a und b} : 1,1 * 500 \text{ N/mm}^2 = 550 \text{ N/mm}^2$$

Von einer Vorankündigung kann ausgegangen werden, wenn an jeder Stelle des Bauwerks $\gamma_r > 1,0$ ist.

c) Möglichkeiten zur Verbesserung des Untersuchungsergebnisses

- Bei statisch unbestimmten Systemen besteht die Möglichkeit nachzuprüfen, ob unter Ausnutzung von Umlagerungsmöglichkeiten die erforderliche Sicherheit von $\gamma_r = 1,0$ für das Gesamtsystem erreicht wird.
Dazu ist es ausreichend, von **einer** Schädigungskonzentration an der ungünstigsten Stelle auszugehen. Die Restsicherheit muß für die umgelagerten Schnittgrößen unter der Annahme versprödeter, d.h. mit eingeschränkter Dehnfähigkeit ausgerüsteter, Spannglieder nachgewiesen werden.
- Es besteht die Möglichkeit, das Bauwerk in eine niedrigere Brückenklasse abzustufen. Dies hat zunächst Auswirkungen auf die anzusetzende Vollast im Sicherheitsnachweis. Bewirkt die Abstufung auch eine Reduzierung der häufig zu erwartenden Verkehrsbelastung, muß dies bei der Ermittlung des Restspannstahlquerschnitts $A_{z,r}$ berücksichtigt werden.
- Der Verlust der Vorspannkraft infolge Kriechen und Schwinden darf ohne besonderen Nachweis mit 10% angesetzt werden.
- Die Wirkung aus Temperaturspannungen oder beispielsweise Stützensenkungen kann nur in besonderen Fällen zur Bestimmung der Restspannstahlfläche herangezogen werden.

Aufgrund o.g. Rechnungen werden die Bauwerke in solche mit und ohne Vorankündigung eingeteilt.

3.3 Vor-Ort Untersuchungen

3.3.1 Bauwerke mit Vorankündigung

Bei Bauwerken mit Vorankündigung nach Ziffer 3.2 ist eine gründliche optische Untersuchung des Überbaus auf Ribbildung im Beton nach DIN 1076, Ziffer 6.1.2.2, durchzuführen. Gegebenenfalls müssen dazu besondere Rüstungen oder andere Vorrichtungen eingesetzt werden.

Werden keine Risse im Beton des Überbaus gefunden, so ist diese Untersuchung als Bauwerksprüfung aus besonderem Anlaß nach DIN 1076, Ziff. 6.3, jährlich zu wiederholen, da bisher über den

zeitlichen Ablauf der Spannstahlschädigung noch keine abgesicherten Erkenntnisse vorliegen.

Lassen sich bei der optischen Untersuchung des Bauwerks Risse im Bauwerk feststellen, so ist deren Ursache festzustellen. Kann man als Rißursache eine Spannstahlschädigung zweifelsfrei ausschließen, ist hier ebenfalls die Bauwerksprüfung aus besonderem Anlaß jährlich zu wiederholen. Die Rißbilder sind in solchen Fällen nach Lage und Rißbreite genau festzuhalten, um Vergleiche zu vorausgegangenen Untersuchungen ziehen zu können. Dabei ist das Auftreten von neuen Rissen bei den betroffenen Bauwerken auffällig, da in der Regel Rißbildung infolge Zwang (Lagersenkung, Temperatur etc.) innerhalb der ersten 10 Jahre weitgehend abgeschlossen ist. Ist die Rißursache nicht zweifelsfrei festzustellen, ist wie bei Bauwerken ohne Vorankündigung vorzugehen.

Im Versuch und bei Schadensfällen haben sich bei Spannstahlausfall Rißbilder eingestellt, die durch Büschelbildung und Längsrisse gekennzeichnet werden können. Die nachfolgenden Bilder verdeutlichen dies.

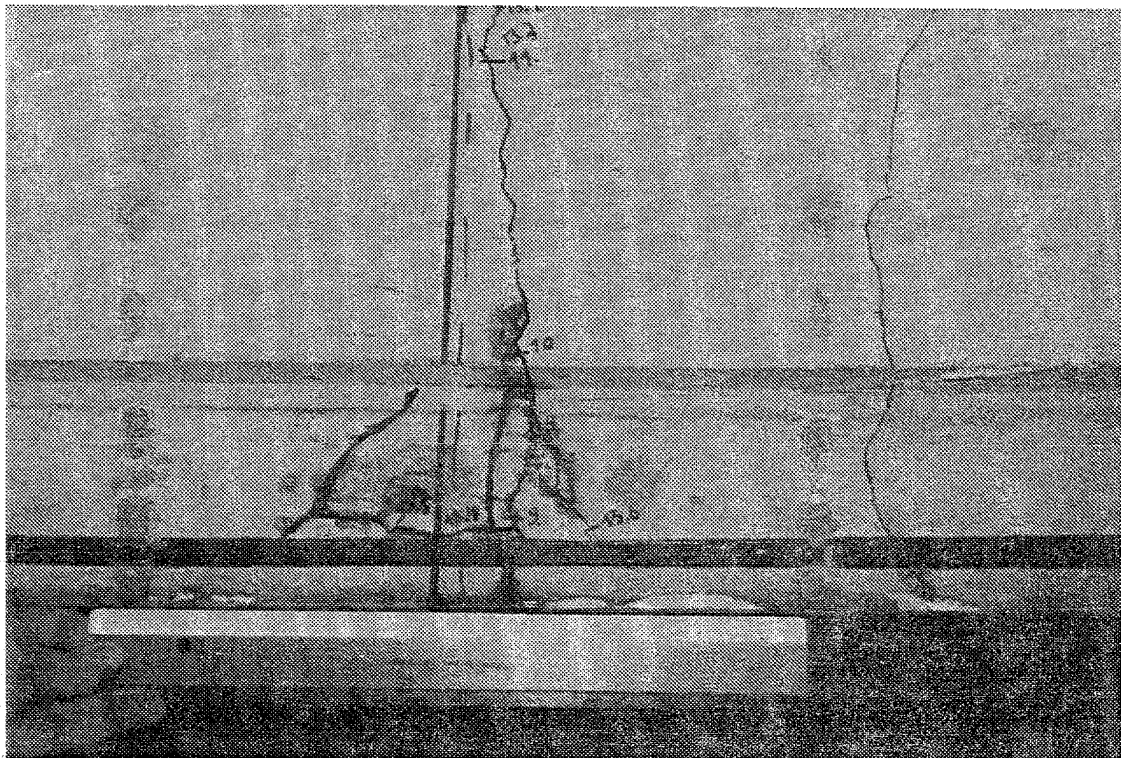


Bild 1 Rißbild im Versuch

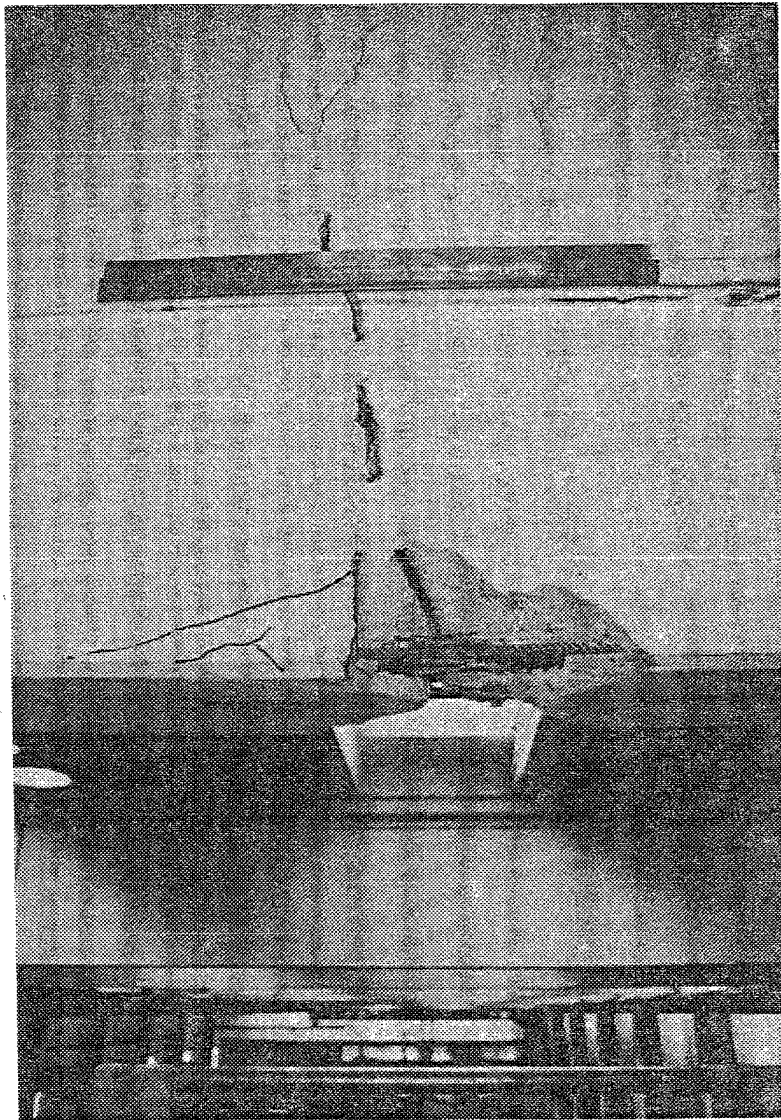


Bild 2 Rißbild eines Schadenfalles

3.3.2 Bauwerke ohne Vorankündigung

Für Bauwerke ohne Vorankündigung oder Bauwerke, bei denen Zweifel an der Rißursache bestehen, wird eine Untersuchung des Spannstahls notwendig.

Öffnen der Hüllrohre

Zunächst wird insgesamt an mindestens drei Stellen, aber pro 7 Tonnen eingebauten Spannstahl (kleinste Chargengröße) an mindestens 2 Stellen das Hüllrohr geöffnet und eine Rißdetektion am freigelegten Spannstahl mit der Magnetfluoreszenzmethode durchgeführt. Zusätzlich sind im Hinblick auf eventuelle spätere wissenschaftliche Analysen die in Anlage 4 aufgeführten Mörtelanalysen durchzuführen, obwohl die Ergebnisse in der Regel zur Zeit keinen Einfluß auf die

aktuelle Beurteilung im Einzelfall haben. Ergänzende Informationen können durch Elektrodenpotentialmessungen gewonnen werden.

Rißdetektion mit Magnetfluoreszenzmethode und evtl. erforderliche Sofortmaßnahmen

Werden hierbei Risse detektiert, die auf einen Spannungsrißkorrosionsprozess hinweisen, sind Sofortmaßnahmen von drastischer Abstufung in eine niedrigere Brückenklasse bis zur Teil- oder Vollsperrung zu veranlassen, bis Verstärkungsmaßnahmen getroffen worden sind. Über das weitere Vorgehen muß im Einzelfall entschieden werden.

Wenn keine Risse im Spannstahl gefunden werden, ist je Öffnungstelle ein Draht zu entnehmen. Dabei ist gemäß Anlage 4 vorzugehen.

Spannstahlprobe

An den entnommenen Drähten sind folgende Untersuchungen vorzunehmen:

- Zugfestigkeit
- Eigenspannungen
- chemische Zusammensetzung (i.d.R. nur 1 x je Bauwerk)

Während der Entnahme ist die Restvorspannung festzustellen.

Ergibt die Zugprobe an den entnommenen Drähten eine Festigkeit $\beta_2 > 1700 \text{ N/mm}^2$ und damit einen Hinweis auf eine möglicherweise besonders hohe Empfindlichkeit gegen Spannungsrißkorrosion, ist als Sofortmaßnahme eine Lastabstufung der Brücke vorzunehmen, bis die vorzusehenden weiterführenden Untersuchungen bzw. Maßnahmen durchgeführt worden sind.

Weiterführende Maßnahmen

Falls eine Verstärkung bzw. Entlastung der kritischen Bereiche (Bereiche ohne Vorankündigung) mit einfachen Mitteln möglich ist, sollten diese Möglichkeiten genutzt werden.

Ist eine Verstärkung nur mit großem Aufwand möglich, geben weiterführende Untersuchungen zum Zustand des Spannstahls eine Entscheidungshilfe. Eine Möglichkeit hierzu bietet bei

günstigen Voraussetzungen die flächenhafte Streufeldmessung. Ergeben diese Untersuchungen eine Schädigung des Spannstahls, sind auch in diesem Fall Sofortmaßnahmen von drastischer Abstufung in eine niedrigere Brückenklasse bis zur Teil- oder Vollsperrung zu veranlassen, bis Verstärkungsmaßnahmen getroffen worden sind. Über das weitere Vorgehen muß auch hier im Einzelfall entschieden werden.

Bei akuter Gefährdung ist durch eine Verstärkung mindestens eine 1,0 - fache Sicherheit ohne Ansatz des Spannstahls St 145/160 Neptun N 40 herbeizuführen. Bei nicht akuter Gefährdung ist mindestens Vorankündigung sicherzustellen.

4. Bauwerksprüfungen nach DIN 1076

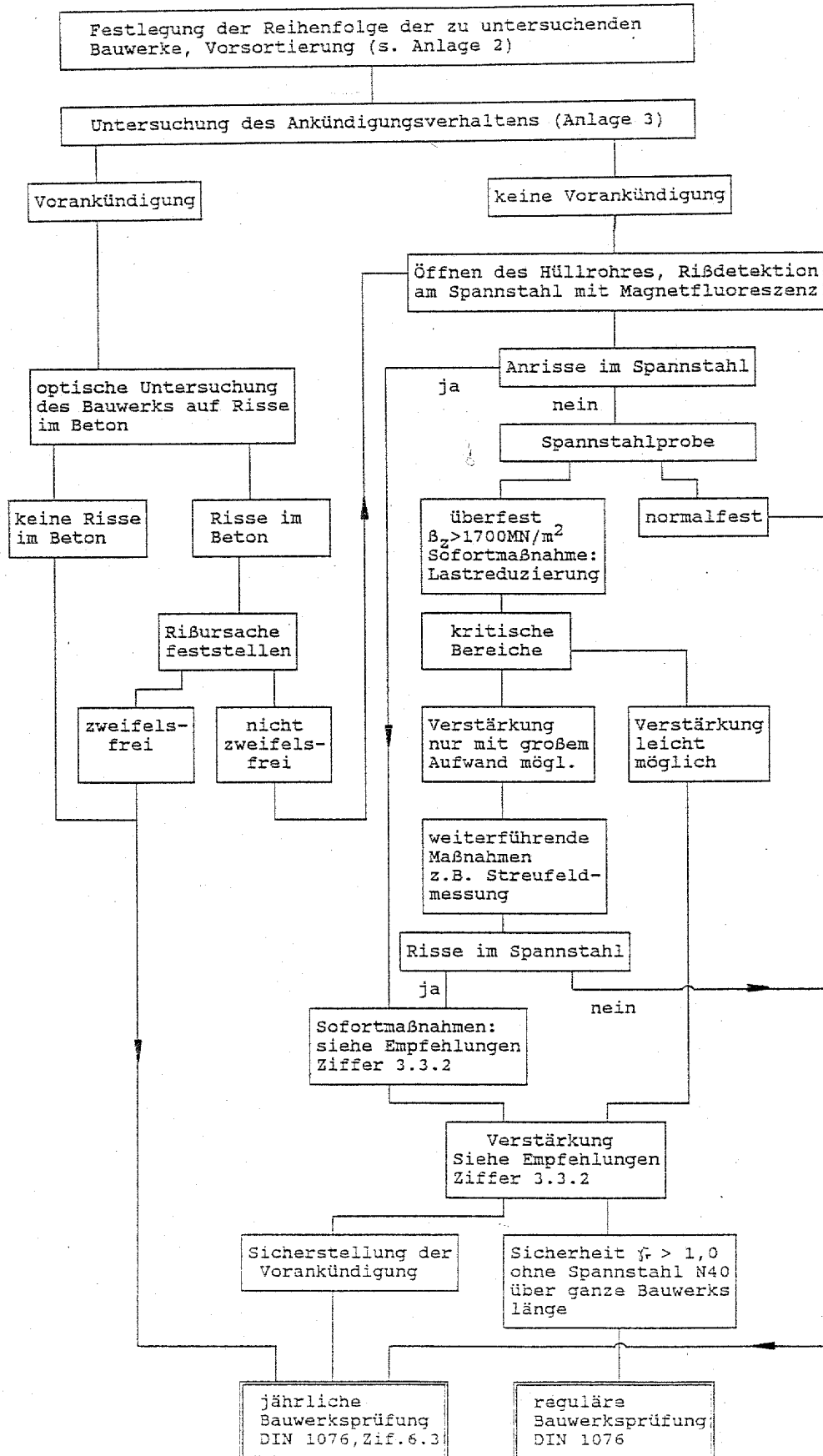
Der Umfang der Bauwerksprüfungen nach DIN 1076 ist in Abhängigkeit vom Überprüfungsresultat und von Umfang und Art der durchgeführten Maßnahmen abhängig.

Ist die Sicherheit $\gamma_r > 1$ nur unter Mitwirkung von Spannstahl Neptun N40 nachgewiesen, sind jährliche Bauwerksprüfungen der betroffenen Bauwerksteile nach DIN 1076, Ziffer 6.1.2.2 zur Früherkennung möglicher Spannstahlbrüche anzuordnen.

Kann eine Sicherheit $\gamma_r > 1$ auf die ganze Bauwerks- bzw. Bauteillänge auch ohne Mitwirkung von Spannstahl Neptun N40 nachgewiesen werden, sind in der Regel keine über die Regelprüfungen nach DIN 1076 hinausgehenden Prüfungen erforderlich.

Überprüfungsschema für Bauwerke
mit St145/160 Neptun N40 der Fa. F&G

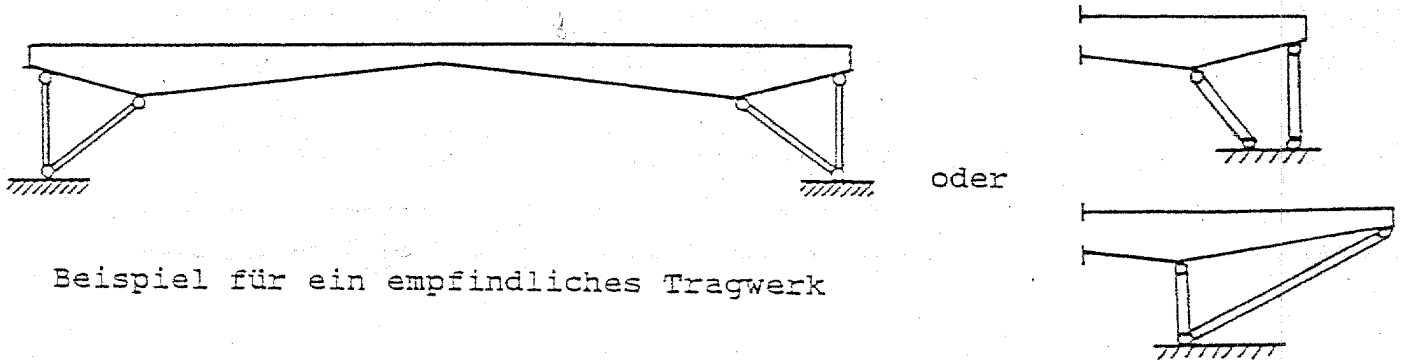
Anlage 1
Juli 1993



Einteilung der Bauwerke in Gefährdungsklassen hinsichtlich ihrer Sensibilität gegen Spannstahlausfall (St 145/160 N40 der Fa.F&G)

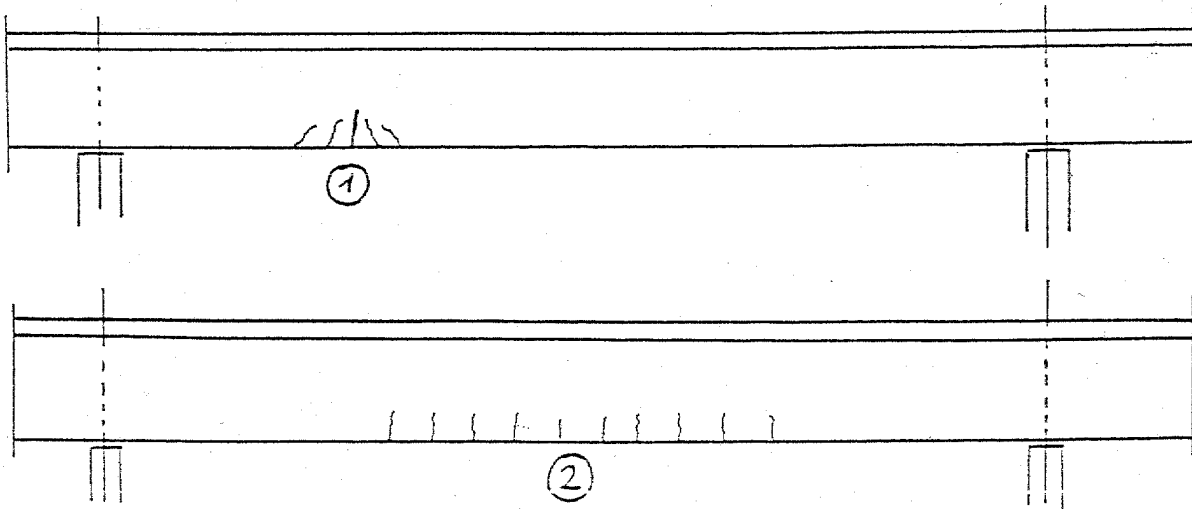
Klasse I

1. statisch bestimmte Systeme ohne Umlagerungsmöglichkeiten
z.B.: Plattenbalken (mit weniger als drei Stegen) als Einfeldträger ohne Möglichkeit der Querverteilung, Kragträger, Kragplatten
2. Tragwerke, bei denen der Ausfall eines Bauteils zum Versagen des Gesamtsystems führt
z.B.: Rahmenbrücken mit aufgelösten Rahmenstielen, insbesondere Zugstäben



Beispiel für ein empfindliches Tragwerk

3. Bauwerke mit besonderen Auffälligkeiten
z.B.: Risse im Beton, die nur durch unplanmäßig hohen Spannkraftverlust erklärt werden können; insbesondere örtlich gehäufte Ribbildung und rasch anwachsende Ribbreiten



- 1 örtlicher Spanngliedausfall sehr wahrscheinlich
- 2 kontinuierliche Schwächung der Spannglieder durch Korrosion denkbar

Klasse II

1. statisch bestimmte Systeme mit Umlagerungsmöglichkeit in Querrichtung

z.B.: Plattenbalken (mit mindestens drei Stegen) als Einfeldträger mit Querträgern zur Querverteilung, Einfeldplatten

2. statisch unbestimmte Systeme

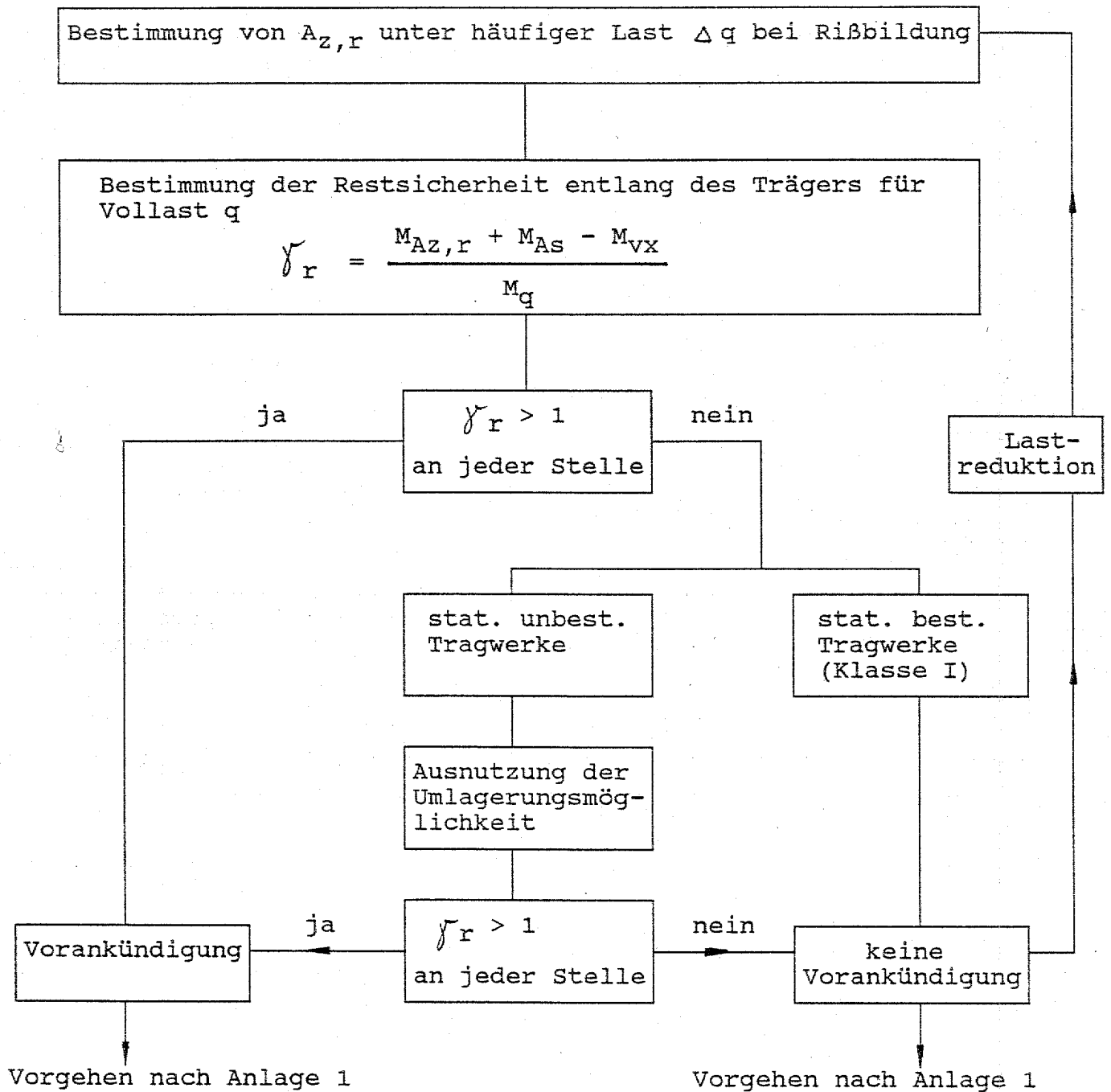
z.B.: Durchlaufträger, eingespannte Rahmenriegel

3. Flächentragwerke

z.B.: Platten mit Ausnahme von Kragplatten und Einfeldplatten, Schalen

Diese Einteilung in Gefährdungsklassen dient nur zur Festlegung der Untersuchungsreihenfolge der betroffenen Bauwerke.

Rechnerische Untersuchung des Ankündigungsverhaltens



- M_q = äußeres Moment unter Volllast "q"
- $M_{Az,r}$ = Bruchmoment bei Ansatz von $A_{z,r}$ als vorhandene Bewehrung
- M_{As} = Bruchmoment bei Ansatz des Betonstahls mit seiner Fläche
- A_s = Querschnittsfläche des vorhandenen Betonstahls
- $A_{z,r}$ = Querschnittsfläche des Spannstahls, der bei Rißbildung noch nicht korrodiert ist
- Δq = häufige Last, siehe Erläuterung
(Brückklasse 60, DIN 1072: $\Delta q = g + \Delta g + 0,4p$)
- M_{vx} = statisch unbestimmter Anteil des Vorspannmomentes an der untersuchten Stelle

Vorgehensweise bei der Spannstahlprobenentnahme und Abgrenzung der Gefährdung

1) Zunächst müssen geeignete Stellen am Bauwerk für die Probenentnahme festgelegt werden.

Die Festlegung der Untersuchungspunkte und der Gesamtzahl muß in Abhängigkeit von

- dem Bauverfahren
- dem Bauablauf (Baufortschritt)
- der Anzahl der Haupttragglieder
- der Lage der Bereiche ohne Vorankündigung
- der Zugänglichkeit

erfolgen.

In der Regel sind mindestens drei Stellen, aber pro 7 Tonnen eingebautem Spannstahl mindestens zwei Stellen ausreichend.

Falls möglich sollten die Entnahmestellen in den kritischen Bereichen (siehe Anlage 5) liegen. Im Regelfall sind dies auflagernahe Bereiche (Endauflager) oder Bereiche in der Nähe des Momentennullpunkts infolge ständiger Lasten.

Nach endgültiger Auswahl der Entnahmestellen muß die Feineinmessung unter Zuhilfenahme des Bewehrungsplanes und eines Metallsuch- (Überdeckungs-) meßgeräts erfolgen. Das Hüllrohr sollte vorsichtig unter Verwendung eines Bohrhammers ohne Beschädigung von Betonstahl freigelegt werden. Der Einsatz von Kernbohrgeräten erweist sich zwar als arbeitstechnisch einfacher, muß aber mit äußerster Vorsicht vorgenommen werden, da es sehr leicht zu Verletzungen der Spannglieder oder des Betonstahls kommen kann. Wird diese Methode angewendet, sollte noch eine ausreichende Betondeckung, die später mit einem Bohrhammer entfernt werden kann, zurückbleiben. Diese Betondeckung sollte ca. 1,5 cm betragen, da die Ausführung erfahrungsgemäß innerhalb dieser Toleranz liegt.

Die Freilegungsstelle sollte ca. 4-6 cm breiter als der Hüllrohrdurchmesser und ca. 40 cm lang sein.

2) Die Öffnung der Hüllrohre sollte durch Aufschlitzen mit einem scharfen Meißel längs der Mitte erfolgen, bei Durchführung von Potentialmessungen zunächst nur an einer Stelle in einem Bereich von ca. 3-5 cm. Hier wird das Hüllrohr aufgebogen und die Potentialmessung nach Auflegen eines mit $\text{Ca}(\text{OH})_2$ -Lösung befeuchteten (nicht nassen) Zelltuchs durchgeführt. Danach wird der leicht befeuchtete Mörtelteil mit einem kleinen Meißel weggeschlagen. Nun erfolgt die Öffnung des restlichen freigelegten Hüllrohrabschnitts durch mittiges Aufschlitzen und Aufbiegen der Ränder. Der Mörtel wird abgeschlagen und mit einer breiten Schale aufgefangen und sofort in ein kleines luftdichtes Gefäß abgefüllt. Das Volumen des Gefäßes muß dem losen Mörtelschüttvolumen entsprechen. Im Labor wird der Wassergehalt durch Trocknung bei 105°C nach DIN 52170 bestimmt. Nach der Trocknung stellt man die Wasseraufnahmefähigkeit nach DIN 51056 fest. Setzt man diese beiden Werte in Beziehung, so kann der prozentuale Feuchtegehalt ermittelt werden. Weiterhin werden der Chloridgehalt nach der Richtlinie des DAfStb, sowie der Nitrat-, Nitrit- und Sulfidgehalt bestimmt.

3) Der freigelegte Spannstaahlbereich wird entweder induktiv oder einfacher durch Anlegen eines sehr starken Permanentmagneten (Samariummagnet) magnetisiert. Zur Anriß- und Rißdetektion (durchgehende Risse sind meist aufgrund des Abbaus der Vorspannkraft mit bloßem Auge zu sehen) wird der Stahl mit einem magnetischen Fluoreszenzpulver oder -spray besprüht. Die Anrisse können durch UV-Licht sichtbar gemacht werden. Da zum Teil nur extrem kleine Anrisse zu beobachten sind, sollte man hier den Stahl sehr sorgfältig und gegebenenfalls unter Zuhilfenahme einer Lupe untersuchen.

4) Abschließend wird eine Stahlprobe von mindestens 30 cm Länge herausgeschnitten. Der Schnitt soll in einem spitzen Winkel zur Stahlprobe erfolgen, um eine Beschädigung der Nachbarstähle zu verhindern. Auch das Unterlegen eines dünnen Stahlblechs (ca. 1mm) zur Sicherung der tieferliegenden Stähle hat sich bewährt. Ergänzend sollte die

Stahlprobe vor der Herausnahme mit einem Dehnungsmeßstreifen versehen werden, um festzustellen, welche Vorspannung der Stahl besitzt. Die Stahlproben werden im Labor auf ihre Zugfestigkeit und gegebenenfalls noch nicht festgestellte Anrisse überprüft. Die Probe wird zusätzlich zentral in einem Speziellabor auf Zug- oder Druckeigenspannungen untersucht. Weiterhin genügt die Ermittlung der chemischen Zusammensetzung des Spannstahls an einer Probe je Bauwerk, wenn keine Zweifel an der Altersklassenbestimmung des Spannstahls bestehen.

5) Das Verschließen der Öffnungsstellen erfolgt unter Beachtung der ZTV - SIB, wobei darauf zu achten ist, daß zunächst als erste Schicht eine mindestens 4 cm starke Deckschicht aus reinem zementgebundenem Mörtel (w/z-Wert zwischen 0,4 und 0,45) aufgebracht wird.

6) Für übergeordnete Auswertungen sind am Einpreßmörtel die in der nachfolgenden Tabelle aufgeführten Werte zu bestimmen. Für die Beurteilung einer Gefährdung lassen sich zum gegenwärtigen Zeitpunkt dafür keine Grenzwerte angeben.

Chlorid-, gehalt Gew.%	Sulfid-, gehalt Gew.%	Nitrat-, gehalt Gew.%	rel. Feuchte %

Eine Elektrodenpotentialmessung kann zur Gewinnung zusätzlicher Informationen vorgenommen werden. Eine Verwendung der Ergebnisse für aktuelle Entscheidungen ist zur Zeit nicht möglich.

7) Überfestigkeiten des Spannstahls St 145/160 Neptun N40 Bz > 1700 N/mm² und Zugeigenspannungen an der Drahtoberfläche sind Indikatoren für eine besondere Empfindlichkeit gegen Spannungsrißkorrosion dieses Spannstahls.

Überlegungen für robuste Spannbetontragwerke

G. König, N. Tue, Th. Bauer, D. Pommerening

Juli 1993

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	3
1.1	Anlaß und Vorgehensweise	3
1.2	Verwendete Zeichen und Abkürzungen	4
1.3	Festlegung der kritischen Bereiche	6
1.4	Annahmen für die weitere Berechnung der Mindestbewehrung bei statisch bestimmten und statisch unbestimmten Tragwerken	9
2.	Kontinuierlicher Ausfall von Spannstahl	10
2.1	Restspannstahlfläche bei Rißbildung	10
2.2	Restsicherheit bei Rißbildung	12
2.3	Erforderliche Betonstahlfläche	14
3.	Einfluß der Spanngliedgröße	17
3.1	Restspanngliedanzahl bei Rißbildung	18
3.2	Restsicherheit bei Rißbildung	19
3.3	Erforderliche Betonstahlfläche	21
4.	Einfluß der Querkraft und der Spanngliedneigung	23
5.	Statisch unbestimmtes System	32
5.1	Allgemeines und Rechenannahme	32
5.2	Restspannstahlfläche bei der Rißbildung	33
5.3	Restsicherheit	37
5.4	Erforderliche Betonstahlbewehrung	39
5.5	Umlagerung der Schnittgrößen	43
5.6	Analyse verschiedener Schadensszenarien	49

1 Einleitung

1.1 Anlaß und Vorgehensweise

In der letzten Zeit sind einige Schadensfälle im Spannbetonbau infolge des Verlusts der lokalen Tragfähigkeit aufgetreten. Hinsichtlich des Ankündigungsverhaltens haben diese Bauwerke ein unterschiedliches Verhalten gezeigt. Einige statisch unbestimmte Systeme zeichneten sich durch ein ausreichendes Verformungsvermögen vor dem Bruch aus, so daß die Umlagerung in einem solchen Maße erfolgte, daß diese Bauwerke vor dem vollständigen Kollaps bewahrt wurden. Bei einigen statisch bestimmten Systemen trat allerdings Bruch ohne Vorankündigung ein.

Das Vorankündigungsverhalten ist ein wichtiges Kriterium bei der Beurteilung der Sicherheit von Bauwerken. Eine deutlich wahrnehmbare Verformung des Bauteils oder ausgeprägte Ribbildung vor dem Versagen sollte deshalb ein Ziel beim Entwurf von Spannbeton- und Stahlbetonkonstruktionen sein. Dieser Gedanke ist beispielsweise auch der Hauptgrund, weshalb schon seit geraumer Zeit in DIN 1045 bei Stahlbetonbauteilen mit Druckversagen, d.h. bei schlechtem Ankündigungsverhalten, ein höherer Sicherheitsbeiwert (2,1 statt 1,75) gefordert wird. Ähnlich behandelt man in England im Spannbett hergestellte Fertigteile. Dort wird eine um den Faktor 1,15 erhöhte Bruchsicherheit gegenüber anderen Spannbetonbauteilen gefordert, um dem geringen Dehnungsvermögen dünner Drähte oder Litzen wegen des guten Verbundverhaltens Rechnung zu tragen.

Nachfolgend wird untersucht, welche Regeln beim Entwurf von Spannbetontragwerken beachtet werden müssen damit bei einem sukzessiven Ausfall der Spannbewehrung ausreichendes Ankündigungsverhalten an jeder Stelle des Trägers sichergestellt wird. Daraus werden Maßnahmen für die konstruktive Durchbildung abgeleitet, die der Forderung 'Riß vor Bruch' an jeder Stelle Länge des Bauteils genügen.

Bei dieser Untersuchung wird angenommen, daß der Spannstahl sukzessiv ausfällt. Weiter wird angenommen, daß Risse in der vorgedrückten Zugzone als Indikatoren für einen unplanmäßigen Zustand herangezogen werden können.

In einem ersten Schritt sollen zunächst statisch bestimmte Tragwerke betrachtet werden. Sinngemäß gelten diese Betrachtungen auch für statisch unbestimmte Tragwerke. Bei der Sicherheitsbetrachtung von statisch unbestimmten Systemen und Flächentragwerken kann jedoch noch eine mögliche Umlagerung der Schnittgrößen augenutzt werden. Genauere Betrachtungen dazu folgen im zweiten Schritt.

1.2 Verwendete Zeichen und Abkürzungen

System:

l	Stützweite des Balkens
ξ	$\xi = x/l$

Querschnitt:

d	Gesamthöhe des Querschnitts
A_b	Bruttofläche des Betonquerschnitts
A_s	Betonstahlfläche
A_z	Spannstahlfläche
$A_{z,r}$	verbliebene Spannstahlfläche bei Rißbildung in der vorgedrückten Zugzone
μ_s	Bewehrungsgrad der Betonstahlbewehrung, $\mu_s = A_{s,min}/A_b$
W_{bu}	Widerstandsmoment der unteren Randfaser
k_o	$k_o = \frac{W_{bu}}{A_b}$ oberer Kernpunktastand
y_{bo}	Schwerpunktsabstand der oberen Randfaser
$y_{bz}(\xi)$	Abstand des Spannstahlschwerpunktes zum Querschnittsschwerpunkt
$y_{bz,max}(\xi)$	maximaler Schwerpunktsabstand vom Spannstahlschwerpunkt bei nicht konstant exzentrischer Spannliedführung
z_z	innerer Hebelarm der Spannbewehrung im Bruchzustand allg.: $z_z = \zeta [y_{bo} + y_{bz}(\xi)]$
ζ	Beiwert zur Abschätzung von z_z , z.B. beim Rechteckquerschnitt $\zeta = 0,85$
z_s	innerer Hebelarm der Betonstahlbewehrung im Bruchzustand
n	Anzahl der Spannlieder
j	Anzahl der bei Rißbildung verbliebenen Spannlieder
Δ	Verhältnis aufnehmbares Moment eines einzelnen Spannliedes zu Rißmoment $M_{r,B}$ (auf $M_{r,B}$ bezogene Tragfähigkeit eines einzelnen Spannliedes)
f_s	Stich der Spannliedachse in Feldmitte eines Durchlaufträgers
a	Abstand der Spannliedachse zum Querschnittsschwerpunkt über der Stütze

Werkstoff

β_{WN}	Würfeldruckfestigkeit des Betons
β_{bZ}	Zugfestigkeit des Betons, $\beta_{bZ} = 0,25\beta_{WN}^{2/3}$
β_s	Fließgrenze des Betonstahls
β_{sz}	Fließgrenze des Spannstahls
$\varepsilon_v^{(0)}$	Vordehnung des Spannstahls
$\Delta\varepsilon_v$	Zusatzdehnung des Spannstahls im Bruchzustand
E_z	Elastizitätsmodul des Spannstahls
η	Wirkungsgrad des Spannstahls, $\eta = \frac{\varepsilon_v^{(0)} + \Delta\varepsilon_v}{\varepsilon_v^{(0)}} \leq \frac{\beta_{sz}}{E \cdot \varepsilon_v^{(0)}}$
σ_{bu}	untere Betonrandspannung
α	$\alpha = \frac{\sigma_{bu} \Delta q}{\beta_{bZ}}$

Belastung

q	Vollast
Δq	häufige Last
λ	$\lambda = \frac{q}{\Delta q}$
Z_v	Vorspannkraft

Schnittgröße

$M_q(\xi)$	Moment infolge Vollast an der Stelle ξ
$\max M_q$	Maximalmoment infolge Vollast q
$M_{\Delta q}(\xi)$	Moment infolge häufiger Last an der Stelle ξ
$M_{r,B}$	Rißmoment des unbewehrten Querschnitts, $M_{r,B} = \beta_{bZ} \cdot W_{bu}$
$M_{A_{z,r}}$	vom Restspannstahlquerschnitt aufnehmbares Moment
M_*	beliebig betrachtetes Moment
m	$m = \frac{\max M_q}{M_{r,B}}$ (Faktor zur Kennzeichnung des Belastungsniveaus)
$T(\xi)$	$T(\xi) = \frac{M_*}{M_{r,B}}(\xi)$ (beliebiges, auf $M_{r,B}$ bezogenes Moment)

1.3 Festlegung der kritischen Bereiche

Wird ein mit einer Gleichstreckenlast q belasteter Balken auf zwei Stützen betrachtet, so kann die untere Randspannung $\sigma_{bu,q}(x)$ infolge der Belastung q mit der Hilfsvariablen $\xi = x/l$ wie folgt angegeben werden:

$$\sigma_{bu,q}(\xi) = \frac{M_q(\xi)}{W_{bu}} = \frac{q \cdot l^2}{2} \cdot (\xi - \xi^2) \cdot \frac{1}{W_{bu}} \quad (1)$$

Wird der Balken mit einer Kraft Z_v exzentrisch vorgespannt, ergibt sich die Randspannung infolge dieser Vorspannkraft ebenfalls zu:

$$\sigma_{bu,v} = -\left(\frac{Z_v}{A_b} + \frac{Z_v \cdot y_{bz}(x)}{W_{bu}}\right) \quad (2)$$

In Bild 1 wird der Verlauf der Randspannungen infolge Belastung q und Vorspannung Z_v für zwei Spanngliedführungen über die Trägerlänge l dargestellt. Der parabolische Spanngliedverlauf wird hierbei mit der Funktion

$$y_{bz}(x) = \frac{4 \cdot y_{bz,max}}{l^2} \cdot x \cdot (l - x) = 4 y_{bz,max} \cdot (\xi - \xi^2)$$

beschrieben.

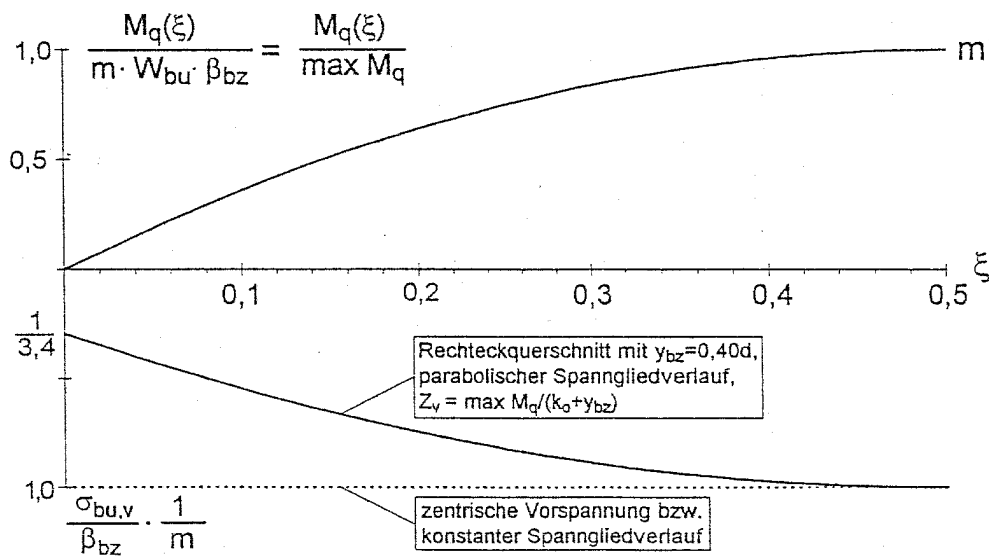


Bild 1: Verlauf der Randspannungen infolge der Last q und Vorspannkraft Z_v

Unter der Annahme, daß die Wahrscheinlichkeit eines sukzessiven Ausfalls von Spanngliedern an jeder Stelle des Trägers gleich ist, können aus dem Bild 1 folgende Feststellungen abgeleitet werden:

- Die Randspannung infolge Last und Vorspannkraft ist in der Mitte des Trägers am größten.
- Ein Ausfall von wenigen Spanngliedern im mittleren Bereich des Trägers würde sich dort durch Rißbildung bemerkbar machen. Der Restspannstahlquerschnitt in diesem Bereich ist ausreichend, um die Bruchsicherheit des Tragwerks zu gewährleisten. Im weiteren wird dieser Bereich als unkritischer Bereich bezeichnet. Der Ausfallgrad, $\left(\frac{A_z - A_{z,r}}{A_z}\right)$, bei dem die Rißbildung auftritt, ist vom Vorspanngrad abhängig. Je höher vorgespannt wird, um so größer ist der für die Rißbildung notwendige Ausfallgrad. Die Restsicherheit bei Erreichen des Rißmoments wird davon nicht beeinflußt.
- In den auflagernahen Bereichen ist allerdings ein vollständiger Ausfall ohne Rißbildung möglich, da dort das Lastmoment kleiner als das Rißmoment des nicht vorgespannten Betonquerschnitts ist. Für diesen Bereich ist eine Ankündigung nur durch eine Zulage der Betonstahlbewehrung zu erreichen, da nach Ausfall der Spannglieder ein unbewehrter Querschnitt vorliegt.
- Für einen Zwischenbereich, in dem sich bei Rißbildung zwar ein Restspannstahlquerschnitt befindet, die notwendige Sicherheit aber nicht gewährleistet ist, muß ebenfalls eine Mindestbewehrung vorgesehen werden. Dieser Bereich und der auflagernahe Bereich wird nachfolgend als kritischer Bereich bezeichnet. Die Größe dieses Bereichs ist von folgenden Größen abhängig:

- Belastungsniveau
- Lage des Spannglieds
- Querschnittsform

Bild 2 zeigt qualitativ die verschiedenen Bereiche hinsichtlich des Vorankündigungsverhaltens eines Spannbetonbalkens.

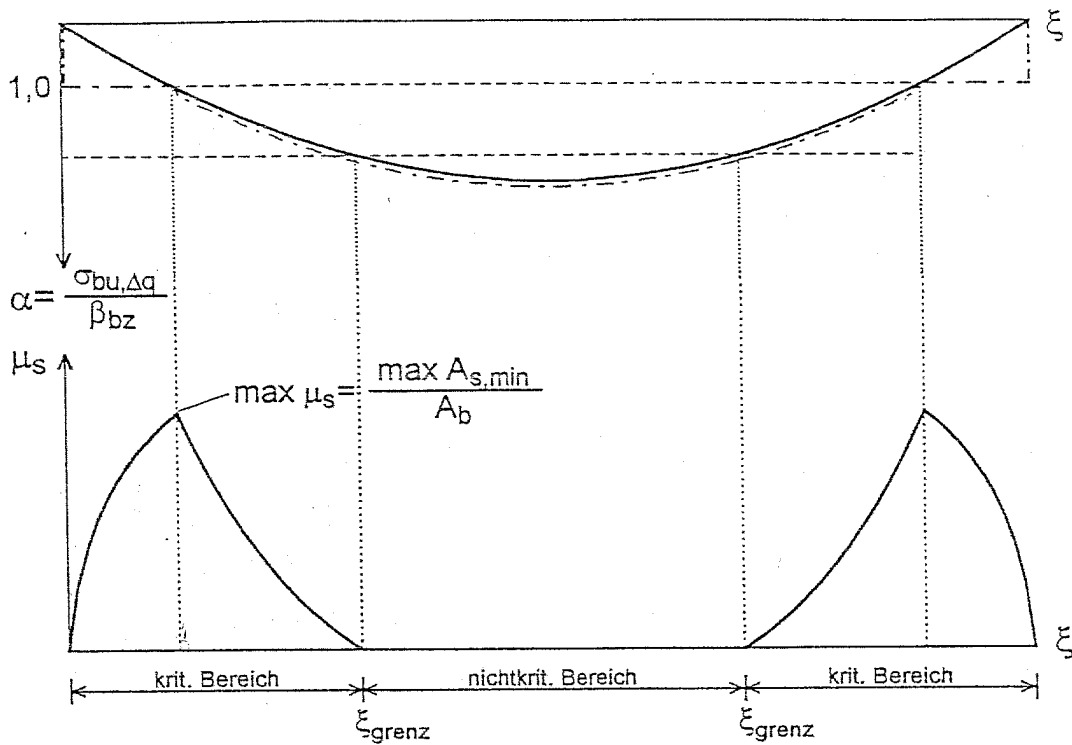


Bild 2: qualitative Darstellung der verschiedenen Bereiche eines Spannbetonträgers und der erforderlichen Mindestbewehrung zum Erreichen von $\gamma_r \geq 1,0$ gegenüber Bruch

Nachfolgend werden die Formeln zur Bestimmung der Mindestbewehrung zur Sicherstellung der Vorankündigung und zur Bestimmung der Grenzen der verschiedenen Bereiche hergeleitet.

In einem ersten Schritt sollen die Zusammenhänge für einen stetigen Ausfall des Spannstahls bei Vernachlässigung der Spanngliedgröße dargestellt werden. Der Einfluß einer endlichen Größe des Spannglieds folgt unter Punkt 3.

1.4 Annahmen für die weitere Berechnung der Mindestbewehrung bei statisch bestimmten und statisch unbestimmten Tragwerken

In der folgenden Herleitung wird davon ausgegangen, daß die Biegerisse in der vordruckten Zugzone gemäß DIN 4227 für alle Bereiche des Tragwerks maßgebend sind. Weiterhin werden folgende Annahmen getroffen:

- An jeder Stelle ist der Ausfall der Spannglieder bis zum Riß im Bauwerk unter häufigen Lasten möglich. Bei statisch unbestimmten Systemen darf davon ausgegangen werden, daß dieser Ausfall an der ungünstigsten Stelle stattfindet, die übrigen Bauteilbereiche aber Spannstahl aufweisen, der bis zu seiner Fließgrenze ausnutzbar ist, jedoch kein Fließplateau besitzt.
Begründung: Die Wahrscheinlichkeit des gleichzeitigen Auftretens mehrerer Ausfälle, beschränkt auf die kritischen Bereiche mit geringer Restsicherheit wird als sehr gering eingestuft, da sich die kritischen Bereiche nur über vergleichsweise kleine Bauteilbereiche erstrecken.
- Im Restquerschnitt verbleibender Spannstahl hat bis $\beta_{s,z}$ unveränderte Materialeigenschaften.
- Ankündigungsverhalten ist zu erwarten, wenn eine Restsicherheit $\gamma_r > 1$ nachgewiesen werden kann. Es ergeben sich für diesen Fall Dehnungszuwächse im Spannstahl, die deutlich über 1 ‰ liegen.
- Die Restsicherheit nach der Ribbildung wird in der auflagnahen Bereichen (Lastschnittgröße \leq Ribschnittgröße) für die Ribschnittgrößen gewährleistet
- Für die Zugfestigkeit des Betons ist anzusetzen: $\beta_{bz} = 0,25 \cdot \beta_{WN}^{\frac{2}{3}}$
- Bei der Berechnung der Bruchsicherheit kann die Fließgrenze des Spannstahls z.B. für St 145/160 mit $\beta_{s,z} = 1420 \text{ N/mm}^2$ und für den Betonstahl der Mittelwert der Fließgrenze mit maximal dem 1,1 fachen Wert der Nennfließgrenze angesetzt werden.

Die Zusammenhänge werden nachfolgend für gleichförmig verteilte Streckenlasten dargestellt.

2 Kontinuierlicher Ausfall von Spannstahl

Geht man von einem kontinuierlich fortschreitenden Ausfall des Spannstahls aus, so spielt die Anzahl und die Größe eines Spanngliedes keine Rolle bei der Ermittlung der Restsicherheit bzw. der erforderlichen Betonstahlbewehrung.

2.1 Restspannstahlfläche bei Rißbildung

Beim sukzessiven Ausfall von Spannstahl kommt es im betrachteten Schnitt zur Rißbildung, wenn die Betonrandspannung $\sigma_{bu,\Delta q} = M_{\Delta q}/W_{bu}$ infolge häufiger Last Δq und infolge der Restvorspannkraft $Z_{v,r} = A_{z,r} \cdot \varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z$ die Betonzugfestigkeit β_{bZ} erreicht. Es gilt also:

$$\sigma_{bu,\Delta q} - \frac{A_{z,r} \cdot \varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z}{A_b} - \frac{A_{z,r} \cdot \varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z \cdot y_{bz}}{W_{bu}} = \beta_{bZ} \quad (3)$$

Oder:

$$\sigma_{bu,\Delta q} - \beta_{bZ} = A_{z,r} \cdot \varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z \cdot \left(\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_{bu}} \right) \quad (4)$$

Die obige Gleichung bestimmt den verbleibenden Restquerschnitt $A_{z,r}$ des Spannstahls, bei dem die Rißbildung unter häufiger Last Δq auftritt.

Mit dem Verhältnis der Randspannung infolge häufiger Last und Zugfestigkeit des Betons

$$\alpha = \frac{\sigma_{bu,\Delta q}}{\beta_{bZ}} \quad \text{und} \quad k_o = \frac{W_{bu}}{A_b}$$

läßt sich der zum Zeitpunkt der Rißbildung verbliebene Restspannstahlquerschnitt $A_{z,r}$ im betrachteten Schnitt angeben:

$$A_{z,r} = \frac{\sigma_{bu,\Delta q} - \beta_{bZ}}{\varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z \cdot \left(\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_{bu}} \right)} = \frac{A_b \cdot \beta_{bZ} \cdot (\alpha - 1)}{\varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z \cdot \left(1 + \frac{y_{bz}}{k_o} \right)} \quad (5)$$

Für $A_{z,r}(\xi)$ bei parabolischem Spanngliedverlauf erhält man mit:
 $\lambda = q/\Delta q$, $m = \max M_q/M_{r,B}$, $m/\lambda = M_{\Delta q}/M_{r,B} = \alpha$

$$A_{z,r}(\xi) = A_b \cdot \frac{4m \cdot (\xi - \xi^2) - \lambda}{1 + 4 \frac{y_{bz,max}}{k_o} \cdot (\xi - \xi^2)} \cdot \frac{\beta_{bz}}{\lambda \cdot E_z \cdot \varepsilon_v^{(0)}} \quad (6)$$

Um eine normierte und übersichtliche Darstellung der ermittelten Beziehungen zu erreichen, wird im folgenden die Funktion

$$T(\xi) = \frac{M_*(\xi)}{M_{r,B}} \quad (7)$$

eingeführt; sie stellt das Verhältnis zwischen betrachtetem Moment und dem Rißmoment des unbewehrten Betonquerschnitts dar. Das betrachtete Moment kann z.B. das Lastmoment M_q , das aufnehmbare Moment des bei der Rißbildung verbliebenden Restspannstahlquerschnitts $M_{A_{z,r}}(\xi) = A_{z,r}(\xi) \cdot \beta_{sz} \cdot z_z(\xi)$, etc. sein.

Das aufnehmbare Moment $M_{A_{z,r}}(\xi)$ von Restspannstahlquerschnitt läßt sich mit Hilfe der Gl. (6) wie folgt bestimmen:

$$M_{A_{z,r}}(\xi) = \frac{A_b \cdot \beta_{bz} \cdot [\alpha(\xi) - 1]}{\varepsilon_v^{(0)} \cdot E_z \cdot [1 + y_{bz}(\xi) \cdot \frac{1}{k_o}]} \cdot E_z \cdot (\varepsilon_v^{(0)} + \Delta\varepsilon_v) \cdot z_z(\xi) \quad (8)$$

Oder mit:

$$\eta = \frac{\varepsilon_v^{(0)} + \Delta\varepsilon_v}{\varepsilon_v^{(0)}} \leq \frac{\beta_{sz}}{E_z \varepsilon_v^{(0)}} \quad (9)$$

$$M_{A_{z,r}}(\xi) = \frac{A_b \cdot \beta_{bz} \cdot z_z(\xi) \cdot [\alpha(\xi) - 1] \cdot \eta}{[1 + y_{bz}(\xi) \cdot \frac{1}{k_o}]} \quad (9)$$

Für $T_{A_{z,r}}(\xi)$ erhält man:

$$T_{A_{z,r}}(\xi) = \frac{\eta \cdot z_z(\xi) [4m(\xi - \xi^2) - \lambda]}{\lambda \cdot (k_o + y_{bz}(\xi))} \quad (10)$$

Bild 3 zeigt exemplarisch die Verläufe von $T(\xi)$ für die bezogenen aufnehmbaren Momente bei Vorhandensein von $A_{z,gesamt}$ und $A_{z,r}(\xi)$ sowie von auf $M_{r,B}$ bezogenen Moment M_q infolge Vollast für einen Rechteckquerschnitt mit parabolischem Spanngliedverlauf ($y_{bz,max} = 0,45d$), für $\lambda = 1,25$ bei einem Lastniveau von $m = 4$ und $\eta = 1,6$.

Im Bereich zwischen $\xi = 0$ und $\xi = \xi_{\text{grenz}}$ ist das Lastmoment größer als das von Restspannstahlquerschnitt aufnehmbare Moment (siehe Bild 3). D.h. es müßte mehr Spannstahl ausfallen, um einen Riß zu ermöglichen, als vom System ertragbar ist: Der Balken versagt ohne Vorankündigung, die Restsicherheit ist kleiner als 1. Im nächsten Abschnitt wird näher auf diese Restsicherheit eingegangen.

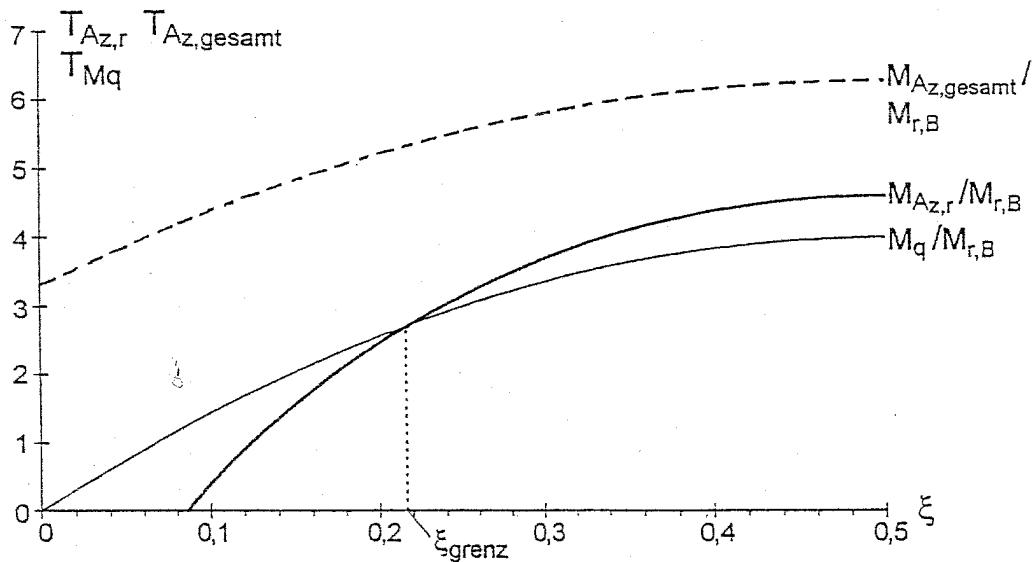


Bild 3: Auf $M_{r,B}$ bezogene Verläufe der aufnehmbaren Momente bei Vorhandensein des vollen ($A_{z,gesamt}$) und des reduzierten Spannstahlquerschnitts ($A_{z,r}$) im Vergleich zum auf $M_{r,B}$ bezogenen Moment M_q infolge Vollast über die Trägerlänge. (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45d$, $\lambda = 1,25$, $m = 4$, $\eta = 1,6$)

2.2 Restsicherheit bei Rißbildung

In diesem Abschnitt soll die Restsicherheit der verschiedenen Bereiche in einem Spannbetonbalken nach Rißbildung kontrolliert werden. Unter der Annahme, daß Stahlversagen bei Bruch maßgebend ist, kann die Restsicherheit ermittelt werden, in dem das mit $A_{z,r}(\xi)$ aufnehmbare Moment $M_{A_{z,r}}(\xi)$ auf das Lastmoment $M_q(\xi)$ bezogen werden. Die Restsicherheit ergibt sich hiermit zu:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_{A_{z,r}}(\xi)}{M_q(\xi)} = \frac{A_b \cdot \beta_{bz} \cdot z_z(\xi) \cdot [\alpha(\xi) - 1] \cdot \eta}{M_q(\xi) \cdot [1 + y_{bz}(\xi) \cdot \frac{1}{k_o}]} \quad (11)$$

Unter Verwendung der in Abschnitt 2.1 eingeführten Funktion $T(\xi)$ Gl.(7) läßt sich

die Restsicherheit auch folgendermaßen formulieren:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{T_{A_z,r}(\xi)}{4m \cdot (\xi - \xi^2)} \quad (12)$$

Die Grenze ξ_{grenz} zwischen kritischem und unkritischem Bereich ergibt sich aus der Bedingung $\gamma_r(\xi) = 1,0$ in der Gl. (11). Von dieser Stelle an ist keine Betonstahlbewehrung zur Sicherstellung der Vorankündigung notwendig. Bei konstant exentrischer bzw. zentrischer Spanngliedführung ist die Bestimmung von ξ_{grenz} relativ einfach. Bei nicht konstanter Spanngliedführung kann ξ_{grenz} aus folgender Gl. gewonnen werden:

$$4 \cdot y_{bz,max} \left(m - \frac{m}{\lambda} \cdot y_{bz,max} \cdot \eta \cdot a \right) (\xi - \xi^2)^2 + \left(m \cdot k_o - \frac{m}{\lambda} \cdot y_{bo} \cdot \eta \cdot a + y_{bz,max} \cdot \eta \cdot a \right) (\xi - \xi^2) + \frac{1}{4} y_{bo} \cdot \eta \cdot a = 0 \quad (13)$$

Die Bestimmung von ξ_{grenz} ist nur bei Staffelung der Mindestbewehrung vom praktischen Interesse. Dies ist aber, wie bei der Erklärung zum Neuvorschlag der Mindestbewehrung nach DIN 4227 begründet wird, nicht sinnvoll. Deshalb wird auf die explizite Angabe der Lösung von ξ_{grenz} an dieser Stelle verzichtet.

Bild 4 zeigt beispielhaft den Verlauf der Restsicherheit gegenüber Bruch bei Ribbildung.

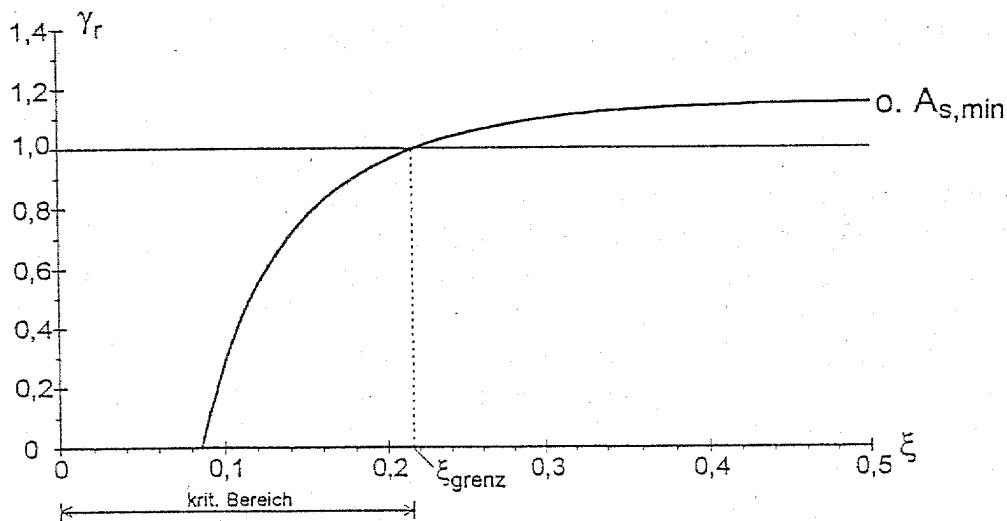


Bild 4: Verlauf der Restsicherheit gegenüber Bruch bei Ribbildung (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45 d$, $\lambda = 1,25$, $m = 4$) ohne Mindestbewehrung zur Sicherung "Rib vor Kollaps"

2.3 Erforderliche Betonstahlfläche

Die im kritischen Bereich (Bild 4) erforderliche Betonstahlfläche $A_{s,min}$ kann aus der Bedingung zur Einhaltung der Bruchsicherheit mit einem verminderten Sicherheitsfaktor von $\gamma = 1,0$ ermittelt werden. Dabei wird auf der sicheren Seite liegend die volle planmäßige Last $q = \lambda \cdot \Delta q$ angesetzt. Hiermit ergibt sich folgende Beziehung:

$$1 \cdot \lambda \cdot \sigma_{bu,\Delta q} \cdot W_{bu} - A_{z,r} \cdot E_z \cdot (\varepsilon_v^{(0)} + \Delta \varepsilon_v) \cdot z_z = \beta_s \cdot A_{s,min} \cdot z_s \quad (14)$$

Mit dem Wirkungsgrad des Spannstahls

$$\eta = \frac{(\varepsilon_v^{(0)} + \Delta \varepsilon_v)}{\varepsilon_v^{(0)}}$$

ergibt sich durch Einsetzen der Gl. (6) in Gl. (14) folgende Beziehung zur Bestimmung der erforderlichen Betonstahlfläche für die Gewährleistung einer verminderten Sicherheit gegenüber Bruch von $\gamma = 1,0$ im kritischen Bereich:

$$A_{s,min} = A_b \cdot \left[\lambda \cdot \sigma_{bu,\Delta q} \cdot \frac{W_{bu}}{A_b} - \frac{\beta_{bz} \cdot (\alpha - 1) \cdot \eta \cdot z_z}{1 + y_{bz} \cdot \frac{1}{k_o}} \right] \cdot \frac{1}{\beta_s \cdot z_s} \quad (15)$$

Oder:

$$A_{s,min} = \frac{W_{bu}}{z_s} \cdot \frac{\beta_{bz}}{\beta_s} \cdot \left[4 m \cdot (\xi - \xi^2) - \frac{4 \frac{m}{\lambda} \cdot (\xi - \xi^2) - 1}{k_o + y_{bz}(\xi)} \cdot \eta \cdot z_z(\xi) \right] \quad (16)$$

Aus Gl. (15) ist zu erkennen, daß für $\alpha = 1$ (d.h. $\sigma_{bu,\Delta q} = \beta_{bz}$) die größte Mindestbewehrung zur Sicherstellung der Vorankündigung erforderlich ist. Diese Bewehrungsmenge kann wie folgt angegeben werden:

$$\max A_{s,min} = \frac{\lambda \cdot \beta_{bz} \cdot W_{bu}}{\beta_s \cdot z_s} \quad (17)$$

Es muß also für die Stelle mit $\alpha = 1$ ($M_{\Delta q} = M_{r,B}$) gerade das λ -fache Rißmoment $M_{r,B} = W_{bu} \cdot \beta_{bz}$ durch Betonstahl unter Ausnutzung seiner Fließgrenze aufgenommen werden.

Der Bewehrungsgrad der Mindestbewehrung bezogen auf den gesamten Betonquerschnitt ergibt sich zu :

$$\mu_s = \frac{A_{s,min}}{A_b} = \frac{\beta_{bZ}}{\beta_s} \left[\lambda \cdot \alpha \cdot \frac{W_{bu}}{A_b \cdot z_s} - \frac{(\alpha - 1) \cdot \eta \cdot z_z}{1 + y_{bz} \cdot \frac{1}{k_0} \cdot z_s} \right] \quad (18)$$

Der maximale Bewehrungsgrad ergibt sich für die Stelle, an der $\alpha = 1$ ist, wie folgt:

$$\max \mu_s = \frac{\beta_{bZ}}{\beta_s} \left[\lambda \cdot \frac{W_{bu}}{A_b \cdot z_s} \right] \quad (19)$$

Unter der Annahme, daß die maximale Mindestbewehrung über die gesamte Länge des Balkens eingelegt wird, ergibt sich bei f-fach erhöhter maximaler Mindestbewehrung folgende Sicherheit:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_{A_{z,r}(\xi)}}{M_q(\xi)} = \frac{A_b \cdot \beta_{bZ} \cdot z_z(\xi) \cdot (\alpha(\xi) - 1) \cdot \eta}{M_q(\xi) \cdot (1 + y_{bz}(\xi) \cdot \frac{1}{k_0})} + \frac{f \cdot \lambda \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu}}{M_q(\xi)} \quad (20)$$

Analog zu Gl. (12) kann Gl. (20) mit Hilfe der Funktion $T(\xi)$ formuliert werden:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{T_{A_{z,r}}(\xi)}{4 m \cdot (\xi - \xi^2)} + \frac{f \cdot \lambda}{4 m \cdot (\xi - \xi^2)} \quad (21)$$

Hierbei bezeichnet $f \cdot \lambda$ das Verhältnis zwischen dem aufnehmbarem Moment aus der Mindestbewehrung und dem Reißmoment des Betonquerschnitts $M_{r,B}$. Ist f gleich 1, so kann überall eine Sicherheit gleich oder größer als 1 erwartet werden. Bei der Betrachtung des Einflusses aus der Spanngliedgröße wird noch näher auf den Faktor f einzugehen sein. f selbst ist das Verhältnis zwischen dem aufnehmbaren Moment aus der mindestbewehrung und dem an der Stelle mit $\alpha = 1$ wirkenden Moment $M_q(\alpha = 1)$ aus Vollast.

In Bild 5a und 5b wird der Einfluß der Mindestbewehrung auf das aufnehmbare Moment und Restsicherheit bei Ribbildung exemplarisch demonstriert.

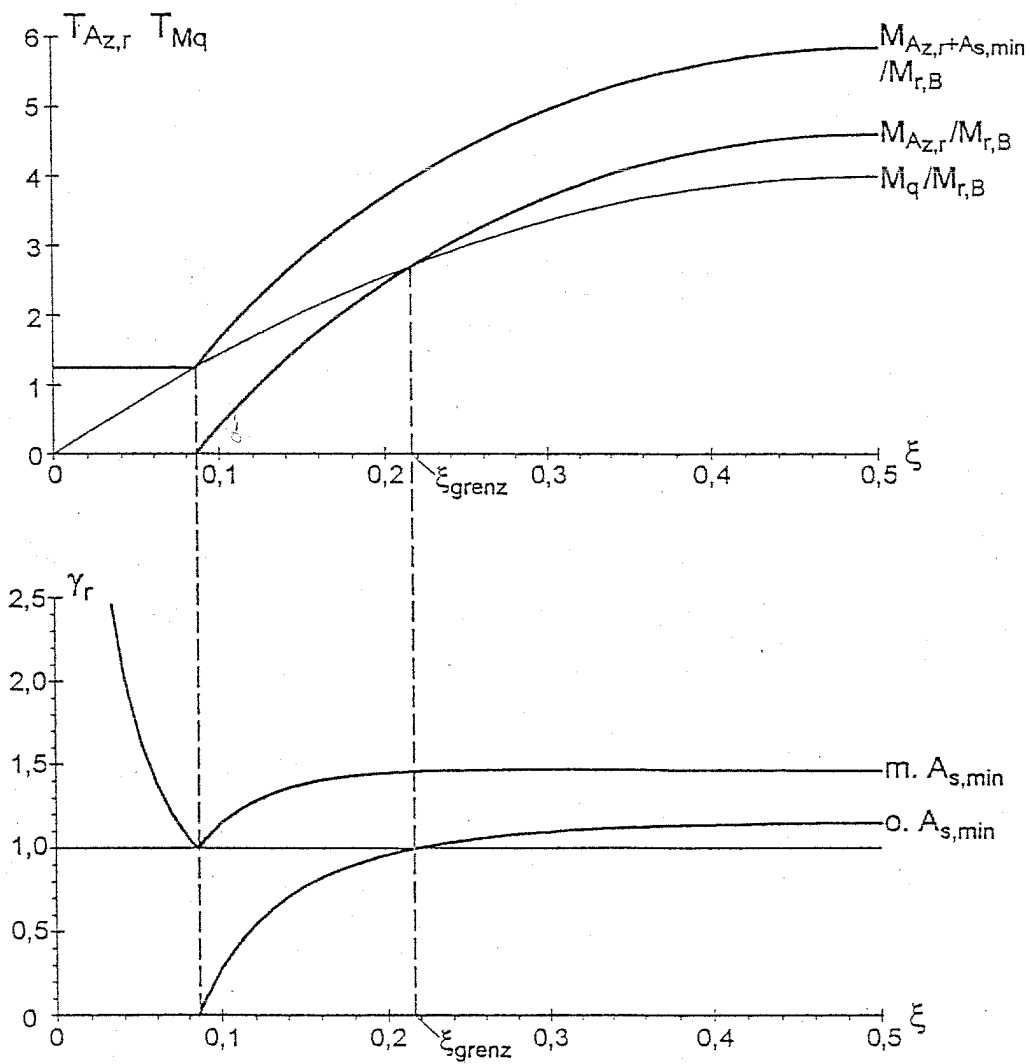


Bild 5a: Einfluß der Mindestbewehrung mit $f = 1,0$ auf das aufnehmbare Moment aus verbliebenem Spannstahl und über die gesamte Balkenlänge eingelegter Mindestbewehrung

Bild 5b: Einfluß der Mindestbewehrung auf die Restsicherheit (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45 d$, $\lambda = 1,25$, $m = 4$)

3 Einfluß der Spanngliedgröße

Bei der Annahme, daß der Ausfall des Spannstahls sukzessiv spanngliedweise und damit in diskreten Schritten erfolgt, haben die Anzahl der Spannglieder und deren Querschnittsfläche Einfluß auf die Restsicherheit. Daher wird nun in einem weiteren Schritt die Bedeutung der endlichen Größe der Spannglieder untersucht.

Sind n Spannglieder in der vorgedrückten Zugzone vorhanden, so kann das auf das Rißmoment $M_{r,B}$ bezogene aufnehmbare Moment *eines* Spanngliedes (Δ) angegeben werden:

$$\Delta = \frac{\text{maßg. } T_{A_x, \text{ges.}}}{n} \quad (22)$$

Das von allen Spanngliedern aufzunehmende bezogene Moment $\text{maßg. } T_{A_x, \text{ges.}}$ wird durch den Nachweis der Randspannung oder der Bruchsicherheit bei der Regelbemessung bestimmt. Wird die folgende Gl.

$$m \geq \frac{\eta \cdot z_z - f \cdot \lambda \cdot (k_o + y_{bz})}{\eta \cdot z_z - 1,75 (k_o + y_{bz})} \quad (23)$$

erfüllt, so ist der Randspannungsnachweis, ansonsten der Bruchsicherheitsnachweis maßgebend. Das bezogene aufnehmbare Moment kann in Abhängigkeit des maßgebenden Nachweises wie folgt angegeben werden:

- Fall a) Randspannungsnachweis maßgebend

$$\text{maßg. } T = \frac{\eta \cdot z_z \cdot (m - 1)}{k_o + y_{bz}} \quad (24)$$

- Fall b) Bruchsicherheitsnachweis maßgebend

$$\text{maßg. } T = 1,75 m - f \cdot \lambda \quad (25)$$

3.1 Restspanngliedanzahl bei Rißbildung

Als Verlauf von $A_{z,r}$ und damit von $T_{A_{z,r}}$ über die Trägerlänge erhält man nun eine Treppenkurve. Die allgemeine mathematische Beschreibung dieser Kurve lautet:

$$T_{A_{z,r}(Trepp)}(\xi) = \Delta \cdot \sum_{i=1}^j \left[\langle \xi - \xi(T_{A_{z,r}(stetig)} = i \cdot \Delta) \rangle^0 \right] \quad (26)$$

wobei mit den Sprungstellen $i\Delta$

$$\langle \xi - \xi(i \cdot \Delta) \rangle^0 = \begin{cases} \xi \leq \xi(i \cdot \Delta) & = 0 \\ \xi > \xi(i \cdot \Delta) & = 1 \end{cases}$$

$$j \leq \frac{T_{A_{z,r}(stetig)}(\xi = 0,50)}{\Delta}$$

mit i und $j \in \mathbb{N}$; (\mathbb{N} als ganze Zahl)

In der Gl. (26) ist $T_{A_{z,r}(stetig)}(\xi = 0,50)$ nach Gl. (10) zu ermitteln und $\xi(i \cdot \Delta)$ ist die Umkehrfunktion zu $T_{A_{z,r}(stetig)}(\xi)$

Der Vollständigkeit halber wird die benötigte Umkehrfunktion von $T_{A_{z,r}(stetig)} = f(\xi)$, also $\xi = f(T_{A_{z,r}(stetig)})$, allgemein für parabolische Spanngliedführung und $z_z = \zeta [y_{bo} + y_{bz}(\xi)]$ angegeben:

$$\xi(T') = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \sqrt{(2 + s - \lambda') - \lambda' T' - \lambda' \sqrt{(T')^2 + 2T'(1 - sm' + 2 \frac{k_o}{y_{bz,max}} m') + (sm' + 1)^2}} \quad (27a)$$

Im Fall von konstant exzentrischer Spanngliedführung vereinfacht sich der Ausdruck wie folgt:

$$\xi(T') = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{1 - \lambda' \cdot \left[1 + \frac{k_o \cdot y_{bz}}{(y_{bo} + y_{bz})} \cdot T' \right]} \quad (27b)$$

Hierbei bedeuten:

$$T' = \frac{T_{A_{z,r}(stetig)}}{\eta \cdot a} \quad ; \quad \lambda' = \frac{\lambda}{m}$$

$$m' = \frac{m}{\lambda} \quad ; \quad s = \frac{y_{bo}}{y_{bz,max}}$$

Bei gegebenen Δ kann die verbliebene Anzahl der Spannglieder bei der Rißbildung und somit auch das aufnehmbare Moment der Restspannglieder berechnet werden. Bild 6 zeigt als Beispiel den Einfluß der Spanngliedstückelung auf $M_{A_{z,r}}$.

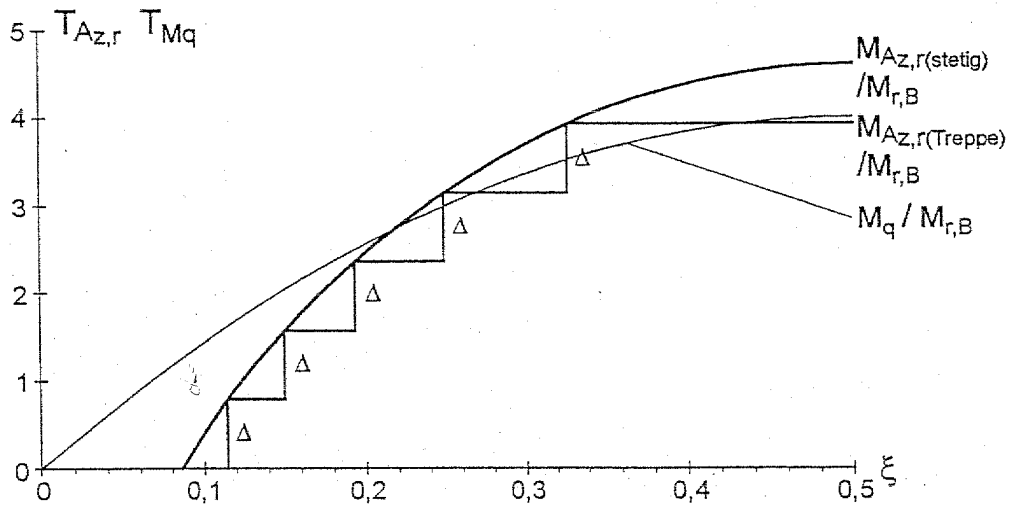


Bild 6: Einfluß der Spanngliedstückelung auf $M_{A_{z,r}}$ (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45 d$, $\eta = 1,6$, $\lambda = 1,25$, $m = 4$ und $n = 2m$)

3.2 Restsicherheit bei Rißbildung

Mit der im ersten Schritt für kontinuierlichen Spannstahlausfall hergeleiteten Gl. (12) und Gl. (26) läßt sich jetzt auch die Restsicherheit bzw. die benötigte Betonstahlfläche zur Einhaltung der Bruchsicherheit bei $\gamma_r = 1,0$ angeben.

$$\begin{aligned} \gamma_{r(Treppe)}(\xi) &= \frac{M_{A_{z,r}(Treppe)}(\xi)}{M_q(\xi)} = \frac{T_{A_{z,r}(Treppe)}(\xi)}{4 m \cdot (\xi - \xi^2)} \\ &= \frac{\Delta \cdot \sum_{i=1}^j [\langle \xi - \xi(T_{A_{z,r}(stetig)} = i \cdot \Delta) \rangle^0]}{4 m \cdot (\xi - \xi^2)} \end{aligned} \quad (28)$$

mit $\xi(T_{A_{z,r}(stetig)} = i \cdot \Delta)$ nach Gl. (27a)

Auch hier kann die Abgrenzung zwischen kritischem und nicht kritischem Bereich über das Kriterium

$$\gamma_r(\xi) \leq 1,0 \longrightarrow \xi = \xi_{\text{grenz}}$$

ermittelt werden.

Bei Berücksichtigung einer über die gesamte Länge des Balkens vorhandenen Mindestbewehrung erhält man analog zu Gl. (21):

$$\gamma_{r(Trepppe)}(\xi) = \frac{T_{A_{z,r}(Trepppe)}(\xi)}{4m \cdot (\xi - \xi^2)} + \frac{f \cdot \lambda}{4m \cdot (\xi - \xi^2)} \quad (29)$$

mit $T_{A_{z,r}(Trepppe)}(\xi)$ nach Gleichung (26)

In Bild 7 ist die Auswirkung der endlichen im Vergleich zur infinitesimal kleinen Spanngliedgröße auf die Restsicherheit für unser Beispiel gut erkennbar.

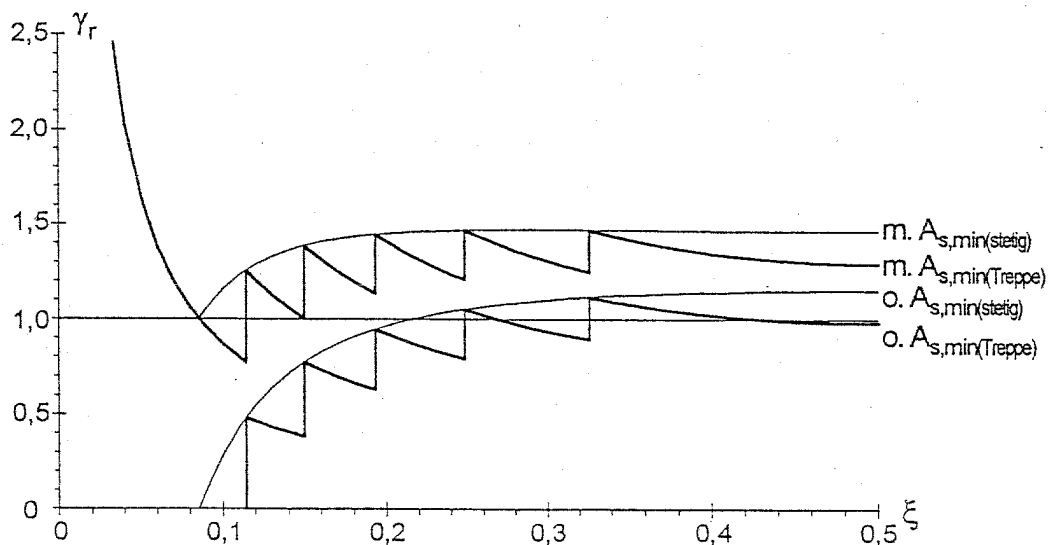


Bild 7: Einfluß der Spanngliedstückelung auf die Restsicherheit mit und ohne Berücksichtigung der Mindestbewehrung ($f = 1,0$) (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45d$, $\lambda = 1,25$, $m = 4$ und $n = 2m$)

3.3 Erforderliche Betonstahlfläche

Wie man aus Bild 7 feststellen kann, bewirkt die endliche Spanngliedgröße ein späteres 'Anspringen' der Restsicherheit. Da die Zulage der Betonstahlbewehrung eine Restsicherheit von größer oder gleich 1,0 gegenüber Bruch gewährleisten soll, ist eine erhöhte Mindestbewehrung gegenüber kontinuierlichem Ausfall zu erwarten. Als Maß für diese Erhöhung soll der bereits im ersten Schritt eingeführte Faktor f dienen. Genügt bei kontinuierlichem Ausfall noch $f = 1,0$, so wird jetzt ein größerer Wert erforderlich. Allgemein läßt er sich aus der Bedingung $\gamma_r(\xi) \geq 1,0$ mit der Gl. (30) bestimmen:

$$f \geq 4 \cdot \frac{m}{\lambda} \cdot [\xi^0 - (\xi^0)^2] \quad (30)$$

Die Stelle $\xi = \xi^0$ gibt nun wiederum den Ort an, an dem die Funktion $\gamma_{r(Trepp)}(\xi)$ unter Berücksichtigung der Mindestbewehrung ein Minimum besitzt. Es läßt sich relativ einfach zeigen, daß dies immer an der Stelle $\xi(T = 1 \cdot \Delta)$ der Fall ist. Als Beispiel zeigt dies das Bild 7.

Die maximale Mindestbewehrung zur Sicherstellung der Vorankündigung bei sukzessivem spanngliedweisem Ausfall kann damit analog zu Gl. (17) angegeben werden:

$$\max A_{s,min} = \frac{\lambda \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu}}{\beta_s \cdot z_s} \cdot f \quad (31)$$

Anschaulich dargestellt wird die Wirkung des Faktors f und die Zusammenfassung der Ergebnisse in den Bildern 8a und 8b.

Mit den ermittelten Zusammenhängen läßt sich nun für jeden Einzelfall die erforderliche Mindestbewehrung angeben, sofern die Mindestspanngliedanzahl vorgegeben wird.

Im Anhang werden die Gleichungen für die wichtigsten Querschnitte und zwei verschiedene Mindestspanngliedanzahlen ausgewertet.

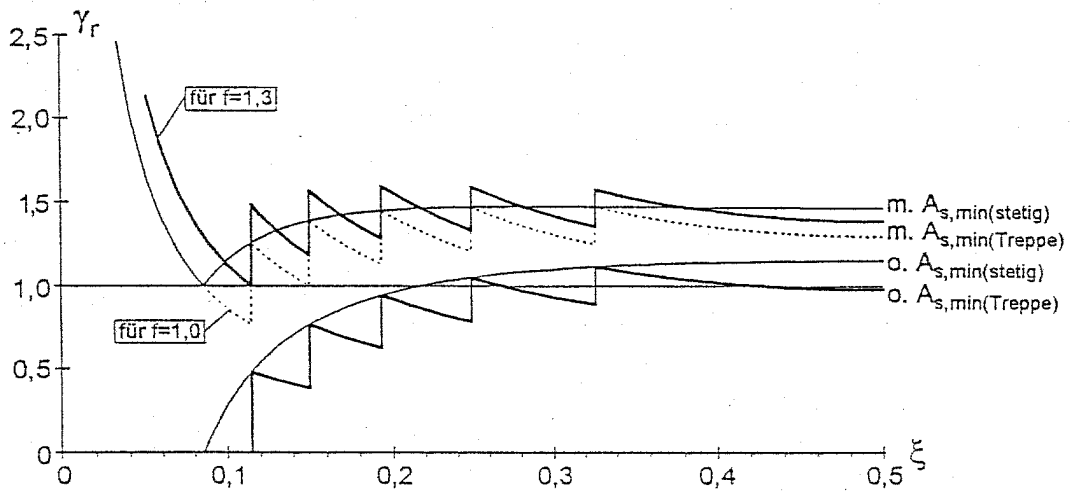
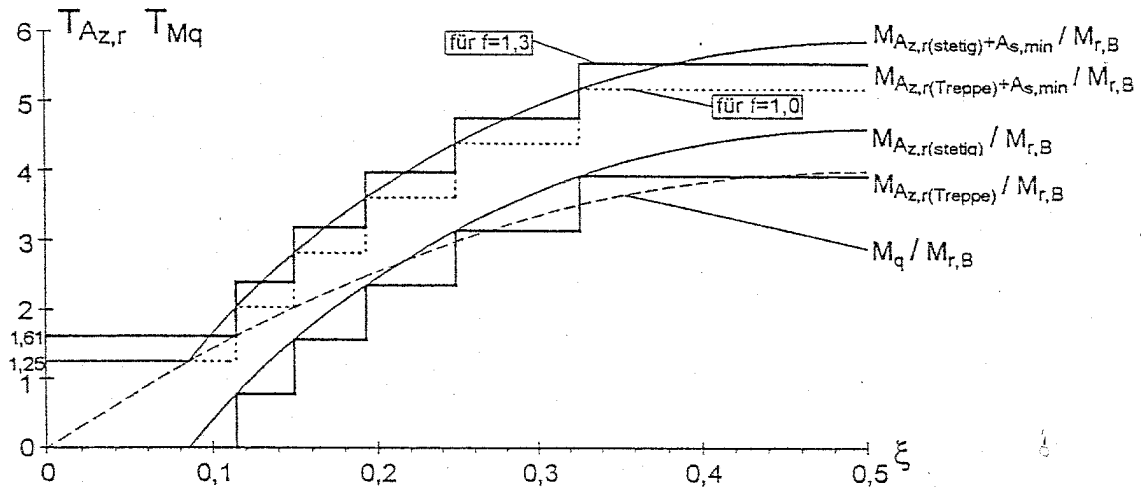


Bild 8a: Darstellung der Zusammenfassung der Ergebnisse in Bezug auf $T(\xi)$

Bild 8b: Darstellung der Zusammenfassung der Ergebnisse in Bezug auf $\gamma_r(\xi)$
 (Rechteckquerschnitt, parabolischer Spanngliedverlauf, $y_{bz,max} = 0,45 d$,
 $\lambda = 1,25$, $\eta = 1,6$, $m = 4$ und $n = 2m$)

4. Einfluß der Querkraft und der Spanngliedneigung

Wurde in den vorangegangenen Kapiteln über die Untersuchung des Ankündigungsverhaltens lediglich die Randspannung infolge Biegemomenten bei der Rißbildung berücksichtigt, so soll nun auf die Wirkung der last- und vorspannungsbedingten Querkraft eingegangen werden. Zu klären wird deshalb sein, ob durch Einbeziehung des Schubeinflusses eine günstige Wirkung auf das Ankündigungsverhalten bei Spannstahlausfall gegeben ist oder nicht. D.h., kann die Querkraft und die Neigung der Spannglieder verhindern, daß in den auflagernahen Bereichen der ganze Spannstahl ausfallen muß, bis ein Riß unter häufigen Lasten zu erwarten ist? Wenn dies der Fall sein sollte, könnte auch die Mindestbewehrung nach Abschnitt 2.3 dementsprechend verringert werden.

Ein Riß wird sich allgemein rein rechnerisch dann einstellen, wenn die Hauptzugspannung im Balken die Zugfestigkeit des Betons überschreitet:

$$\sigma_I(x, y) = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})^2 + \tau_{xy}^2} \geq \beta_{bZ}$$

Für einen gewöhnlichen Balken ist die Spannung σ_{yy} vernachlässigbar klein. Die obige Gl. reduziert sich zu:

$$\sigma_I(x, y) = \frac{1}{2}\sigma_x + \sqrt{\frac{1}{4}\sigma_x^2 + \tau_{xy}^2} \geq \beta_{bZ} \quad (32)$$

Erhielt man bei den Bestimmungsgleichungen der vorangegangenen Kapitel Funktionen, die lediglich von x bzw. ξ abhängig waren ($y = y_{bu} = \text{const}$), so kommt bei Berücksichtigung der Querkraft auch y als Variable hinzu. Die Längs- und Schubspannungen in Gl.(1) ergeben sich bei Rißbildung infolge des Spannstahlausfalls zu:

$$\sigma_x(x, y) = \frac{M_{\Delta q}(x)}{I_y} \cdot y - \frac{Z_{v,r}(x)}{A_b} - \frac{Z_{v,r}(x) \cdot y_{bz}(x)}{I_y} \cdot y \quad (33)$$

und

$$\tau_{xy}(x, y) = \frac{Q_{\Delta q}(x) \cdot S_y(y)}{I_y \cdot b(y)} - \frac{Z_{v,r}(x) \cdot \sin \alpha(x) \cdot S_y(y)}{I_y \cdot b(y)} \quad (34)$$

mit

I_y	Flächenträgheitsmoment zweiten Grades
S_y	Flächenträgheitsmoment ersten Grades
$\sin \alpha$	Neigung der Spannglieder gegenüber der Systemlinie
b	Querschnittsbreite

Nach Einsetzen der Gleichungen (33) und (34) in (32) und einigen Umformungen ergibt sich für jedes x und y die folgende quadratische Gleichung zur Ermittlung von $Z_{v,r}$:

$$Z_{v,r}^2 \left[\sin \alpha \cdot \frac{S_y}{I_y \cdot b} \right]^2 - Z_{v,r} \left[\left(\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{I_y} \cdot y \right) \cdot \beta_{bz} + 2Q_{\Delta q} \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 \right] + \frac{M_{\Delta q}}{I_y} \cdot y \cdot \beta_{bz} - \beta_{bz}^2 + \left(\frac{Q_{\Delta q} \cdot S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 = 0 \quad (35)$$

Das Ziel ist nun wieder, die größt mögliche verbliebene Vorspannkraft $Z_{v,r}(x)$ für jede Stelle des Balkens anzugeben, bei der sich ein Riß infolge $\sigma_I(x, y) = \beta_{bz}$ einstellt. Dazu löst man im Normalfall die oben genannte Gleichung nach $Z_{v,r}$ auf, bildet für ein bestimmtes x die partielle Ableitung nach y und setzt diese zu Null. Dies ist im vorliegenden Fall mit folgenden Schwierigkeiten verbunden:

- Die Ableitung der Bestimmungsgleichung für $Z_{v,r}$ führt zu einem komplizierten Ausdruck höheren Grades. Eine explizite Lösung für y ist nicht angebar.
- Weiterhin fällt bei näherer Betrachtung der Gl.(35) auf, daß diese nicht ohne weiteres nach $Z_{v,r}$ auflösbar ist: Für kleine Winkel α und besonders für Punkte nahe der Randfaser geht das quadratische Glied von $Z_{v,r}$ gegen Null; d.h., die Gleichung ist labil und besitzt nicht für jedes x und y eine eindeutige Lösung.

Eine allgemeine und geschlossene Lösung ist daher nicht formulierbar.

Es bleibt, für vorgegebene Werte entweder die Nullstelle der Ableitung mit Näherungsverfahren zu iterieren oder den Verlauf von σ_I bzw. $Z_{v,r}$ über die Querschnittshöhe programmgesteuert zu ermitteln. Beide Verfahren stellen nur eine Näherungslösung dar, wobei die erstgenannte Methode viel aufwendiger ist, um das globale Maximum von $Z_{v,r}$ im betrachteten Schnitt x zu finden.

Um nun die maßgebende Restvorspannkraft aus Biege- und Schubeinfluß für ein bestimmtes x und damit auch den Verlauf derselben über die gesamte Trägerlänge mit Hilfe eines Programmes zu erhalten, wird hier die Gl.(35) wie folgt umformuliert:

$$-Z_{v,r} \left[\left(\frac{1}{A_b} + \frac{y_{0z}}{I_y} \cdot y \right) \cdot \beta_{bZ} + 2Q_{\Delta q} \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 - Z_{v,r} \left(\sin \alpha \cdot \frac{S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 \right] + \frac{M_{\Delta q}}{I_y} \cdot y \cdot \beta_{bZ} - \beta_{bZ}^2 + \left(\frac{Q_{\Delta q} \cdot S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 = 0 \quad (36)$$

Wird diese linearisierte Gleichung nun nach $Z_{v,r}$ aufgelöst, erhält man eine implizite Funktion für die Restvorspannkraft; sie lautet:

$$Z_{v,r}(x, y) = \frac{\frac{M_{\Delta q}}{I_y} \cdot y \cdot \beta_{bZ} - \beta_{bZ}^2 + \left(\frac{Q_{\Delta q} \cdot S_y}{I_y \cdot b} \right)^2}{\left(\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{I_y} \cdot y \right) \cdot \beta_{bZ} + 2Q_{\Delta q} \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{S_y}{I_y \cdot b} \right)^2 - Z_{v,r} \left(\sin \alpha \cdot \frac{S_y}{I_y \cdot b} \right)^2} \quad (37)$$

bzw. nach einigen Umformungen:

$$Z_{v,r}(x, y) = \frac{\left[\frac{M_{\Delta q}(x)}{I_y} \cdot y \cdot \frac{1}{\beta_{bZ}} - 1 + \left(\frac{Q_{\Delta q}(x) \cdot S_y(y)}{I_y \cdot b} \right)^2 \cdot \frac{1}{\beta_{bZ}^2} \right] \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu}}{k_o + \frac{y_{bz}}{y_{bu}} \cdot y + 2Q_{\Delta q}(x) \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{S_y(y)}{I_y \cdot b} \right)^2 \cdot \frac{W_{bu}}{\beta_{bZ}} - Z_{v,r} \left(\sin \alpha \cdot \frac{S_y(y)}{I_y \cdot b} \right)^2 \cdot \frac{W_{bu}}{\beta_{bZ}}} \quad (38)$$

Anhand Gl.(38) lassen sich die Auswirkungen reiner Biegung nach Kapitel 2, zusätzlicher Berücksichtigung von Querkraft aus äußerer Last $Q_{\Delta q}$ und äußerer und spannungsbedingter Querkraft gut separieren. Streicht man z.B. alle Anteile mit Schubeinfluß heraus ($Q_{\Delta q}$ und $\sin \alpha$), so reduziert sich Gl.(38) auf

$$Z_{v,r}(x, y) = \frac{\frac{M_{\Delta q}(x)}{I} \cdot y \cdot \frac{1}{\beta_{bZ}} - 1}{k_o + \frac{y_{bz}(x)}{y_{bu}} \cdot y} \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu}, \quad (39)$$

was für $y = y_{bu}$ exakt der Bestimmungsgleichung für $Z_{v,r}$ in Abschnitt 2.1 entspricht. Das bedingt aber auch, daß ab einem gewissen, für jeden Fall unterschiedlichen Punkt die Restvorspannkraft bei Berücksichtigung aller Einflüsse alleine aus reiner Biegebeachtung gewonnen werden kann, da sowohl die Querkraft als auch die Spanngliedneigung zur Mitte des Balkens hin abnehmen. Weiterhin ist aus Gl.(35) ersichtlich, daß erst durch die Einbeziehung der Querkraft infolge der geneigten Spannglieder der iterative Lösungsprozeß nötig wird.

Zur besseren Verdeutlichung der Wirkung der Querkraft wird in folgenden die Restvorspannkraft bei der Ribbildung für einen Einfeldträger mit parabolischem Spanngliedverlauf jeweils getrennt für reine Biegung nach Gl.(39), Biegung + Schub aus Δq nach

Gl.(38) mit $\sin \alpha = 0 = \text{const.}$ und Biegung + Schub bei berücksichtigter Spannglied-
neigung nach Gl.(38) ermittelt und einander gegenübergestellt. Dazu wird wiederum
die im Abschnitt 2.1 eingeführte Funktion $T_{M_{Az,r}}$

$$T_{M_{Az,r}}(\xi) = \frac{M_{Az,r}(\xi)}{M_{r,B}},$$

Mit Hilfe der bekannten Abkürzungen m und λ , der normierten Laufvariablen $v = \frac{y}{d}$,
der Schlankheit $\lambda_l = \frac{l}{d}$ und $y_{bu} = d - y_{bo}$ lassen sich die einzelnen Terme der Gl.(38)
folgendermaßen schreiben:

$$M_{\Delta q}(\xi) = 4 \frac{m}{\lambda} \cdot (\xi - \xi^2) \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu} \quad (40)$$

$$Q_{\Delta q}(\xi) = 8 \frac{m}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda_l \cdot d} \cdot \left(\frac{1}{2} - \xi\right) \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu} \quad (41)$$

$$y_{bz}(\xi) = 4y_{bz,max} \cdot (\xi - \xi^2) \quad (42)$$

$$\sin \alpha(\xi) = \sin[\arctan(y'_{bz})] = \frac{4y_{bz,max} \cdot (1 - 2\xi) \cdot \frac{1}{\lambda_l \cdot d}}{\sqrt{1 + \left[4y_{bz,max} \cdot (1 - 2\xi) \cdot \frac{1}{\lambda_l \cdot d}\right]^2}} \quad (43)$$

Man erhält somit:

$$Z_{v,r}(\xi, v) = \frac{\left[4 \frac{m}{\lambda} (\xi - \xi^2) \frac{d}{y_{bu}} v - 1 + \left[8 \frac{m}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda_l \cdot d} \left(\frac{1}{2} - \xi\right) \frac{S_y(v)}{y_{bu} \cdot b(v)}\right]^2\right] \cdot \beta_{bZ} \cdot W_{bu}}{k_o + 4y_{bz,max} (\xi - \xi^2) \frac{d}{y_{bu}} v + 16 \frac{m}{\lambda} \cdot \frac{1}{\lambda_l \cdot d} \left(\frac{1}{2} - \xi\right) \sin \alpha(\xi) \left[\frac{S_y(v)}{y_{bu} \cdot b(v)}\right]^2 - Z_{v,r} \left[\sin \alpha(\xi) \frac{S_y(v)}{l \cdot b(v)}\right]^2 \frac{W_{bu}}{\beta_{bZ}}} \quad (44)$$

Für das Beispiel eines Einfeldträgers mit Plattenbalkenquerschnitt und den weiteren
unten aufgeführten Parametern stellt Bild 9 die drei so erhaltenen Verläufe von $T_{M_{Az,r}}$
dar.

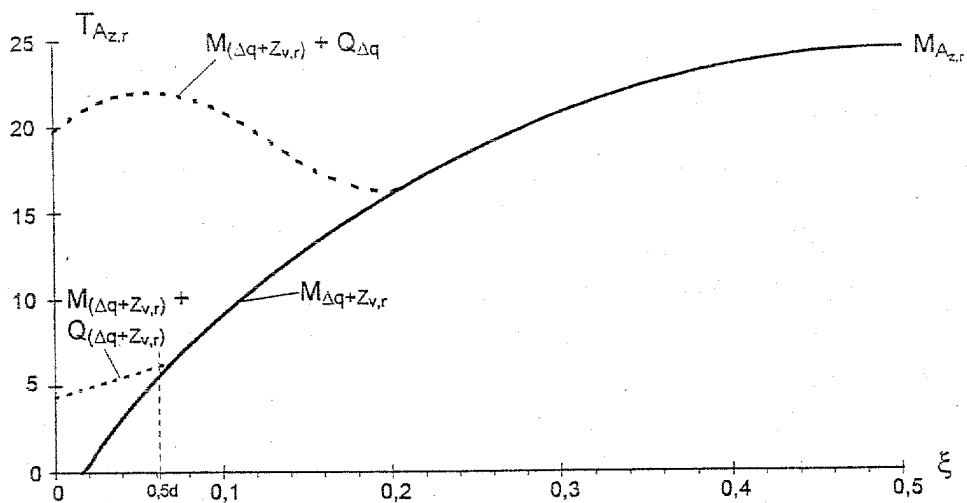


Bild 9: $T_{M_{Az,r}}$ ermittelt für:

Biegung ohne Schub, Biegung mit Schub infolge Δq und Biegung mit Schub infolge Δq und $Z_{v,r}$ für einen Balken auf zwei Stützen mit Plattenbalkenquerschnitt ($b_o = 2,0\text{m}$, $d_o = 0,1\text{m}$, $b = 0,2\text{m}$, $d = 1,0\text{m}$), einer Schlankheit $\lambda_l = 8$, einem Lastniveau von $m = 19$, $y_{bz,max} = 0,65\text{m}$, $\beta_{bZ} = 3,16 \frac{MN}{m^2}$ und $\lambda = 1,25$

In Bild 9 zeigt sich, daß sich in den für die Vorankündigung kritischen, auflager-nahen Bereichen durch die Berücksichtigung der Querkraft infolge äußerer Last Δq ein wesentlich günstigeres Verhalten des Bauteils bei Spannstahlausfall ergibt als bei reiner Biegung. Berücksichtigt man allerdings auch die Wirkung der in den meisten Fällen schräg oder parabolisch verlaufenden Spannkabel und deren daraus resultierende Querkraft, so wird dieser vorteilhafte Einfluß drastisch reduziert. Weiterhin muß man bedenken, daß das in diesem Beispiel ausgewählte System, was so entscheidende Faktoren wie Lastniveau (nach einer Regelbemessung wäre die obere Randspannung größer als die zulaässige Druckspannung nach DIN 4227, Tab.9), Schlankheit (mit $\lambda_l = 8$ sehr gering) und Stegdicke betrifft, einen Extremfall darstellt. Betrachtet man z.B. ein ähnliches System mit dem selben Querschnitt, aber einem Lastniveau von immerhin noch $m = 15$ (rechnerische Grenze für diesen Querschnitt) und einer Schlankheit von $\lambda_l = 10$ (Bild 10), so ist ein Einfluß aus Schub zwar noch sichtbar, aber doch erheblich vermindert.

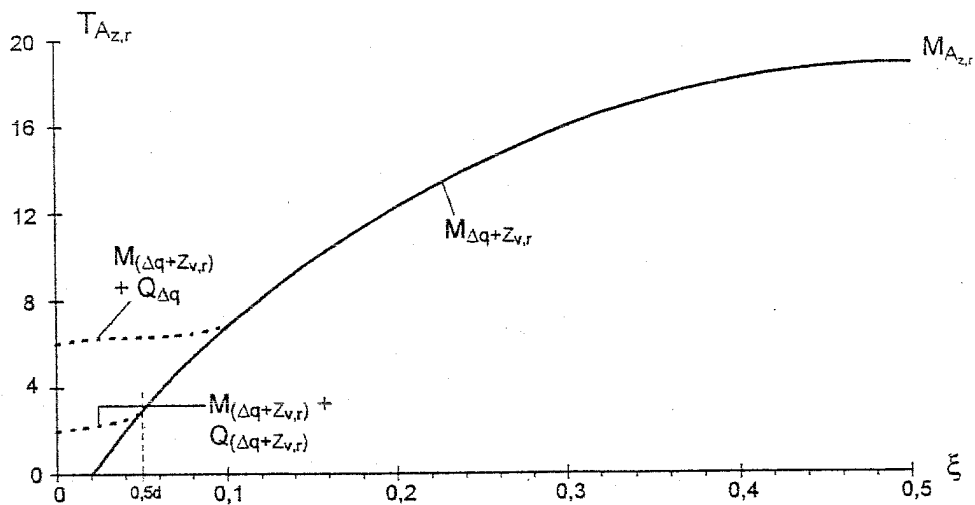


Bild 10: $T_{M_{Az,r}}$ ermittelt für:

Biegung ohne Schub, Biegung mit Schub infolge Δq und Biegung mit Schub infolge Δq und $Z_{v,r}$ für einen Balken auf zwei Stützen mit Plattenbalkenquerschnitt und Parametern gemäß Bild 9, jedoch einer Schlankheit $\lambda_l = 10$ und einem Lastniveau von $m = 15$

Die Auswertung (s. Anhang 1) von verschiedenen Rechteck-, Plattenbalken-, Hohlkasten- und I-Querschnitten mit unterschiedlichen Schlankheiten und wechselnden Lastniveaus bei Berücksichtigung aller drei Einflüsse zeigt, daß beim

- Rechteckquerschnitt
nur bei einer Schlankheit λ_l von weniger als 9 und einem Lastniveau m größer als 11 selbst bei geringen Stegbreiten ein günstigeres Ankündigungsverhalten in den auflagenahen Bereichen zu beobachten ist.
- Plattenbalkenquerschnitt
ein rechnerisch günstigerer Einfluß auf das Ankündigungsverhalten nur bei geringen Schlankheiten bis $\lambda_l = 15$ und nur in Verbindung mit extrem hohen Lastniveaus von m größer als 12 zu erwarten ist.
- Hohlkasten-/I-Querschnitt
ähnlich wie beim Plattenbalken sich Schubrisse rein rechnerisch nur bei gedrun- genen Profilen ($\lambda_l \leq 15$) und nur für querschnittsspezifisch hohe Lastniveaus von $m \geq 8$ einstellen.

Anhand der Auswertung scheint es, daß die Berücksichtigung der Hauptzugspannung auf das Ankündigungsverhalten unter gewissen Umständen vorteilhaft wirkt. Dagegen lassen sich bei näherer Betrachtung folgende Tatsachen feststellen:

Bei der Auswertung wurde das Lastniveau unabhängig davon gewählt, ob es in dieser Höhe auftreten kann oder nicht, um einen Eindruck für die Auswirkung der Hauptzugspannung zu bekommen. Die oben genannten Bedingung bezüglich Schlankheit und Belastungsniveau für die einzelnen Querschnittstypen, unter denen rechnerische, Schub bedingte Risse bei Spannstahlausfall entstehen können, besitzen deshalb entweder nur rein fiktiven Charakter oder sind ohne baupraktische Bedeutung.

Ein nennenswerter Einfluß aus Schub ist zum einen erst dann zu verzeichnen, wenn der Querschnitt wegen des großen zugehörigen Lastniveaus so hoch vorgespannt werden muß, daß seine obere Randspannung die zulässige Druckspannung nach DIN 4227 überschreitet. Selbst bei Belastungsniveaus in der Größenordnung des vom jeweiligen Querschnitt maximal möglichen zeigt sich ein rechnerisch günstigeres Ankündigungsverhalten so gut wie überhaupt nicht. Dies gilt insbesondere für den Rechteckquerschnitt, bei dem im Prinzip nicht einmal bei Erreichen der gerade noch aufnehmbaren Last rechnerische Risse auftreten.

Zum anderen bewegen sich im Spannbetonbau übliche Schlankheiten bei Einfeldträgern zwischen ca. 12 und 25, übliche Lastniveaus zwischen 3 und 10, wobei große Schlankheiten fast ausschließlich in Verbindung mit hohen Belastungsniveaus auftreten und umgekehrt.

Weiterhin sind die durch Überschreiten der Zugfestigkeit des Betons entstehenden Schubrisse bis auf extreme (fiktive) Ausnahmen (s. Bild 9) so gut wie immer bis $0,5d$ vom Auflager abgeklungen. Dies ist insofern von Bedeutung, als im unmittelbaren Auflagerbereich ($x = 0$ bis ca. $x = 0,5d$) davon ausgegangen werden kann, daß aufgrund des sich einstellenden zweiachsigen Spannungszustandes der Beton immer, auch unter der Wirkung der schrägen Hauptzugspannung, unter Druck steht. Die Bildung eines Risses im auflagnahen Bereich kann damit im Prinzip ausgeschlossen werden.

Erzeugt man nun Fälle, bei denen unter Berücksichtigung der Querkraft auch noch nach der Stelle $x = 0,5d$ weniger Spannstahl zur Rißbildung ausfallen muß als bei reinem Biegeeinfluß (siehe Bild 9), so überschreitet die Schubspannung im rechnerischen Bruchzustand bei der Regelbemessung an der Stelle $x = 0,5d$ (*Zone a*) die nach DIN 4227, Teil 1, Tabelle 9, Zeile 56 ff zulässigen Grenzwerte. Damit brauchen derartige Fälle ebenfalls nicht weiter verfolgt zu werden.

Gut sichtbar würde ein Riß zudem erst dann werden, wenn er bis zur Randfaser fortschreiten und sich durch den Verformungszuwachs im Zustand II weiter öffnen könnte. Dazu müßte in einem Schnitt die Hauptzugspannung ab dem Ort des Maximums (in der Nähe der Schwerlinie) bis zur Randfaser mehr oder weniger konstant die Zugfestigkeit des Betons erreichen. Bild 11 zeigt die Verteilung der Hauptzugspannung ab der Schwerlinie bis zur Randfaser für das Beispiel von Bild 9 an der Regelbemessungsstelle für den Schubnachweis nach DIN 4227 $x = 0,5d$. Ein mehr oder weniger konstanter Verlauf der Hauptzugspannung über die Trägerhöhe im Moment der Rißbildung ist dabei nicht festzustellen.

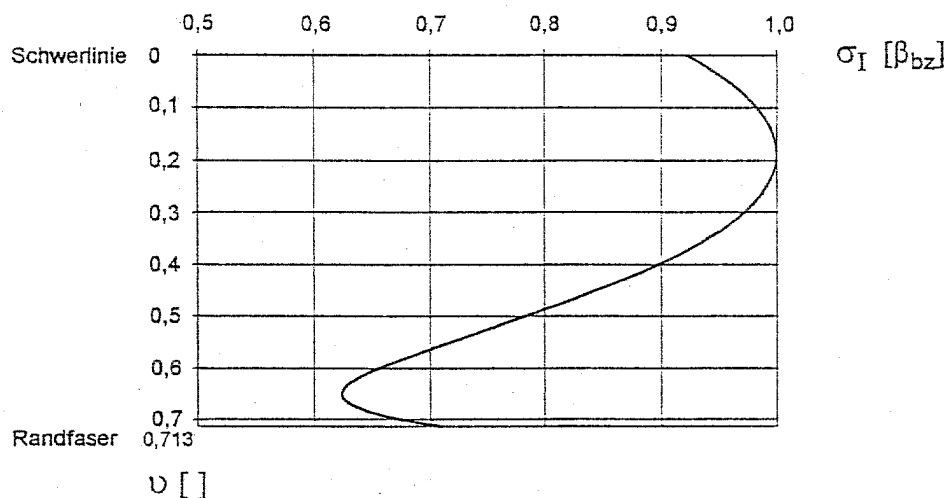


Bild 11: Verlauf der Hauptzugspannung von der Schwerlinie bis zur Randfaser im Schnitt $x = 0,5d$ für das Beispiel gemäß Bild 9

Bleibt noch die Frage, ob bei spanngliedweisem Ausfall des Spannstahls ein anrechenbarer Einfluß auf die Erkennbarkeit eines derartigen Schadens von der Berücksichtigung der Querkraft ausgeht. Wie in Bild 12 jedoch für das Beispiel von Bild 9 gezeigt wird, vermindert ein spanngliedweiser Ausfall die Wirkung des Schubanteils, da auch hier ein späteres "Anspringen" von $M_{A_{z,r}}$ festzustellen ist. Je nach Größe bzw. aufnehmbarem Moment eines Spanngliedes kann die sich rechnerisch ergebende Ankündigung "Riß vor Kollaps" gänzlich entfallen.

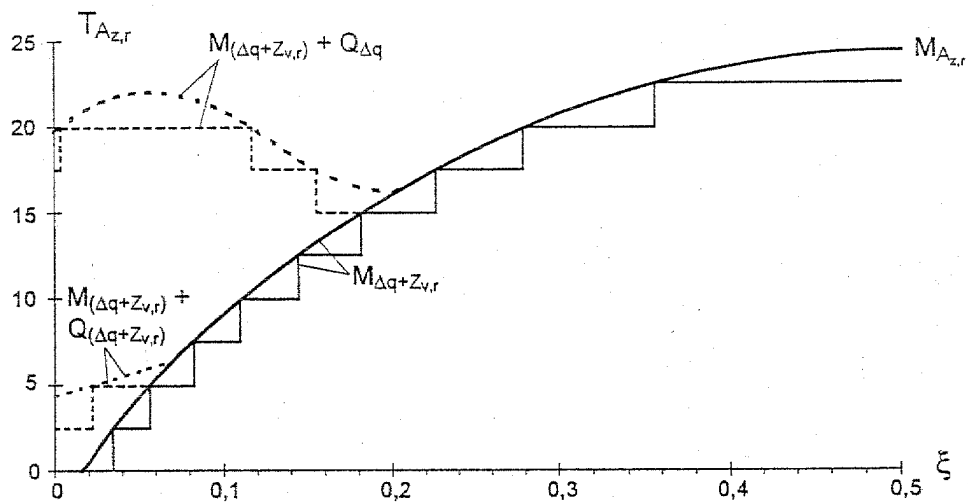


Bild 12: $T_{M_{Az,r}}$ ermittelt für:

Biegung ohne Schub, Biegung mit Schub infolge Δq und Biegung mit Schub infolge Δq und $Z_{v,r}$ für einen Balken auf zwei Stützen mit Plattenbalkenquerschnitt und Parametern gemäß Bild 9, jedoch bei spanngliedweisem Ausfall des Spannstahls

Zusammenfassend kann festgestellt werden, daß die Berücksichtigung der Querkraft aus äußerer Last Δq und aus der Neigung der Spannglieder in Bezug auf das Ankündungsverhalten bei Spannstahlausfall zwar rein rechnerisch einen Vorteil unter bestimmten Voraussetzungen (ohne praktische Bedeutung) bringt, aber aus den oben angeführten Gründen nicht angesetzt werden kann. Die in den Abschnitten 2 und 3 auf der Grundlage reiner Biegebetrachtung hergeleiteten Zusammenhänge sind daher als maßgebend anzusehen.

5. Statisch unbestimmtes System

5.1 Allgemeines und Rechenannahme

In den vorangegangenen Abschnitten wurde die Herleitung zur Bestimmung der Mindestbewehrung und Mindestanzahl der Spannglieder zur Sicherstellung der Vorankündigung für statisch bestimmte Systeme bei Ausfall von Spanngliedern durchgeführt. Nun werden entsprechend statisch unbestimmte Systeme vorgestellt. Es gilt die gleiche Vorgehensweise wie bei statisch bestimmten Systemen. Zusätzlich soll hierbei aber die Frage, inwieweit die Möglichkeit der Schnittgrößenumlagerung die Gutmütigkeit der Tragwerke verbessert, beantwortet werden.

Vereinfachend wird ein mit einer Gleichstreckenlast q belasteter Zweifeldträger, wie im Bild 13 dargestellt, betrachtet. Der Spanngliedverlauf ist parabolisch und wird durch folgende Gl. beschrieben:

$$y(\xi) = 4 f_s \cdot (\xi - \xi^2) - a \cdot \xi \quad (45)$$

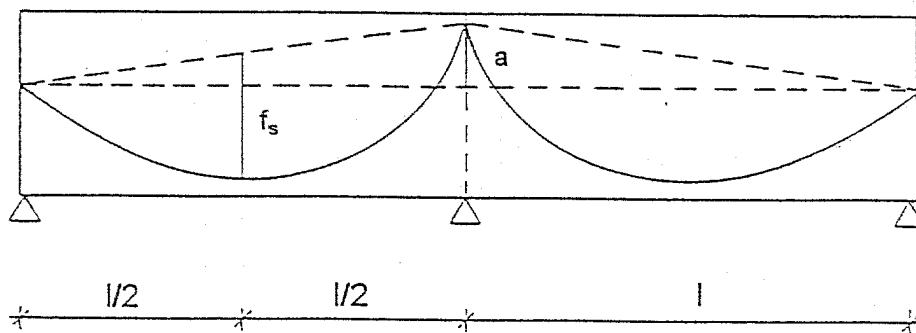


Bild 13: Zweifeldträger mit vereinfachtem Spanngliedverlauf

Die Randspannungen infolge der Belastung q können angegeben werden:

$$\sigma_{bu,q}(\xi) = \frac{M_q(\xi)}{W_{bu}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot W_{bu}} \cdot (3 \cdot \xi - 4 \cdot \xi^2)$$

(46)

$$\sigma_{bo,q}(\xi) = \frac{M_q(\xi)}{W_{bo}} = \frac{q \cdot l^2}{8 \cdot W_{bo}} \cdot (3\xi - 4\xi^2)$$

Entsprechend können die Randspannungen infolge der Vorspannkraft Z_v angegeben werden:

$$\begin{aligned} \sigma_{bu,v}(\xi) &= -\frac{Z_v}{A_b} - \frac{Z_v \cdot y_{bz}(\xi)}{W_{bu}} + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bu}} \\ \sigma_{bo,v}(\xi) &= -\frac{Z_v}{A_b} - \frac{Z_v \cdot y_{bz}(\xi)}{W_{bo}} + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bo}} \end{aligned} \quad (47)$$

Das Zwangsmoment M_{vx} ist in einem statisch unbestimmten Tragwerk eine Systemgröße und wird durch einen lokalen Ausfall von Spanngliedern nicht verändert. Erst eine übermäßige Änderung des Systems (sehr starke Rißbildung, etc.) kann zur Änderung der Zwanggröße führen. Diese Änderung des Zwangmoments hängt aber vom Verhältnis der Steifigkeiten im Feld und an der Stütze ab und nicht von deren absoluter Größe. Im weiteren Verlauf der Betrachtung wird zwar der Spannstahlausfall für jede Stelle des Tragwerks bis zur Rißbildung dargestellt, für den Ansatz von M_{vx} wird allerdings davon ausgegangen, daß nur eine oder ein paar lokal begrenzte Schadensstellen vorhanden sind. Damit kann M_{vx} in der folgenden Herleitung auf der sicheren Seite liegend als konstant gesetzt werden. Einfluß auf die Größe von M_{vx} übt auch die Spanngliedführung aus. Daß die Zwangskraft aus der Vorspannung sowohl positiv als auch negativ auf die Sicherheit des Bauwerks wirken kann, wird unter Punkt 5.5 erklärt werden.

Weitere Rechenannahmen hinsichtlich des Spannstahlausfalls und der Materialeigenschaften sind bereits in Abschnitt 1.4 dargestellt.

5.2 Restspannstahlfläche bei Rißbildung

Bei sukzessivem Ausfall von Spannstahl kommt es auch bei statisch unbestimmten Systemen zur Rißbildung, wenn die Randspannung infolge häufiger Last Δq und der Restvorspannkraft die Zugfestigkeit des Betons erreicht. Es gilt also weiterhin:

$$\beta_{bz} = \begin{cases} \sigma_{bu,\Delta q} + \sigma_{bu,v,r} & = \text{für unteren Rand} \\ \sigma_{bo,\Delta q} + \sigma_{bo,v,r} & = \text{für oberen Rand} \end{cases} \quad (48)$$

Anders als bei statisch bestimmten Systemen müssen hierbei die Randspannungen für den Feld- und Stützbereich betrachtet werden. Die Länge der einzelnen Bereiche hängt von der äußeren Last und der Spanngliedführung ab.

Für den Feldbereich kann geschrieben werden:

$$\sigma_{bu,\Delta q} - \beta_{bZ} = A_{z,r} \varepsilon_v^o E_z \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_{bu}} \right] - \frac{M_{vx}}{W_{bu}} \quad (49)$$

Hiermit kann die Restspannstahlfläche bei der Rißbildung wie folgt angegeben werden:

$$A_{z,r} = \frac{\sigma_{bu,\Delta q} - \beta_{bZ} + \frac{M_{vx}}{W_{bu}}}{\varepsilon_v^o E_z \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_{bu}} \right]} \quad (50)$$

Für eine beliebige Stelle des Feldbereichs kann der Restspannstahlquerschnitt bei Rißbildung unter häufiger Last wie folgt angegeben werden:

$$A_{z,r}(\xi) = \frac{W_{bu} \cdot [\sigma_{bu,\Delta q}(\xi) - \beta_{bZ}] + M_{vx}(\xi)}{\varepsilon_v^o E_z \cdot [k_o + y_{bz}(\xi)]} \quad (51)$$

Entsprechend kann das aufnehmbare Moment der Restspannstahlfläche im Feldbereich berechnet werden:

$$M_{A_{z,r}}(\xi) = \frac{W_{bu} [\sigma_{bu,\Delta q}(\xi) - \beta_{bZ}] + M_{vx}(\xi)}{[k_o + y_{bz}(\xi)]} \cdot \eta z_z(\xi) \quad (52)$$

Damit kann mit Hilfe der in Abschnitt 2.1 eingeführten Funktion T geschrieben werden:

$$T_{A_{z,r}}(\xi) = \left[\alpha(\xi) - 1 + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bu} \beta_{bZ}} \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_o + y_{bz}(\xi)} \quad (53)$$

Entsprechend kann die folgende Gl. zur Bestimmung der Restspannstahlfläche bei der Ribbildung im Stützbereich geschrieben werden:

$$A_{z,r} = \frac{\sigma_{bo,\Delta q} - \beta_{bZ} + \frac{M_{vx}}{W_{bo}}}{\varepsilon_v^{(o)} E_z \cdot \left[\frac{1}{A_b} + \frac{y_{bz}}{W_{bo}} \right]} \quad (54)$$

Die Restspannstahlfläche bei Ribbildung unter häufiger Last an beliebiger Stelle im Stützbereich ergibt sich wie folgt:

$$A_{z,r}(\xi) = \frac{W_{bo} \cdot [\sigma_{bo,\Delta q}(\xi) - \beta_{bZ}] + M_{vx}(\xi)}{\varepsilon_v^{(o)} E_z \cdot [k_u + y_{bz}(\xi)]} \quad (55)$$

Das aufnehmbare Moment im Stützbereich kann entsprechend angegeben werden:

$$M_{A_{z,r}}(\xi) = \frac{W_{bo} \cdot [\sigma_{bo,\Delta q}(\xi) - \beta_{bZ}] + M_{vx}(\xi)}{[k_u + y_{bz}(\xi)]} \cdot \eta z_z(\xi) \quad (56)$$

Allgemein wird das Vorzeichen des bezogenen Moments $T(\xi)$ für den Stützbereich negativ gesetzt, damit der bezogene Verlauf dem ursprünglichen Verlauf eines Moments entspricht.

Das bezogene Moment $T(\xi)$ beträgt hiermit:

$$T_{A_{z,r}}(\xi) = - \left[\alpha_o(\xi) - 1 + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bo} \beta_{bZ}} \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_u + y_{bz}(\xi)} \quad (57)$$

Für einen symmetrischen Zweifeldträger unter Gleichstreckenlast mit

$$\sigma_{bu,q}(\xi) = m \beta_{bZ} \cdot (3 \xi - 4 \xi^2)$$

$$\sigma_{bo,q} = m \beta_{bZ} \cdot (3 \xi - 4 \xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}}$$

kann die Restspannstahlfläche angegeben werden:

- Feldbereich:

$$A_{z,r} = \left[\frac{A_b \beta_{bZ} k_o \cdot [m (3 \xi - 4 \xi^2) - \lambda]}{\lambda} + M_{vx}(\xi) \right] \frac{1}{\varepsilon_v^{(o)} E_z \cdot [k_o + y_{bz}(\xi)]} \quad (58)$$

- Stützbereich:

$$A_{z,r} = \left[\frac{A_b \beta_{bZ} k_u \cdot [m (3 \xi - 4 \xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \lambda]}{\lambda} + M_{vx}(\xi) \right] \frac{1}{\varepsilon_v^{(o)} E_z \cdot [k_u + y_{bz}(\xi)]} \quad (59)$$

Das aufnehmbare Moment der Restspannstahlfläche kann entsprechend angegeben werden:

- Feldbereich :

$$M_{A_{z,r}} = \left[\frac{A_b \beta_{bZ} k_o \cdot [m (3 \xi - 4 \xi^2) - \lambda]}{\lambda} + M_{vx}(\xi) \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_o + y_{bz}(\xi)} \quad (60)$$

- Stützbereich :

$$M_{A_{z,r}} = \left[\frac{A_b \beta_{bZ} k_u \cdot [m (3 \xi - 4 \xi^2) \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \lambda]}{\lambda} + M_{vx}(\xi) \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_u + y_{bz}(\xi)} \quad (61)$$

Mit der in Abschnitt 2.1 eingeführten Funktion $T(\xi)$ kann das aufnehmbare Moment der Restspannstahlfläche $M_{A_{z,r}}$ im Vergleich zu dem Rißmoment des nicht vorgespannten Betonquerschnitts $M_{r,B}$ wie folgt beschrieben werden:

- Feldbereich :

$$T_{A_{z,r}}(\xi) = \left[\frac{m (3 \xi - 4 \xi^2) - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}(\xi)}{\beta_{bZ} W_{bu}} \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_o + y_{bz}(\xi)} \quad (62)$$

- Stützbereich :

$$T_{A_{z,r}}(\xi) = \left[\frac{m (3 \xi - 4 \xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}(\xi)}{\beta_{bZ} W_{bo}} \right] \cdot \frac{\eta z_z(\xi)}{k_u + y_{bz}(\xi)} \quad (63)$$

Bild 14 zeigt als Beispiel die Verläufe von $T(\xi)$ für $A_{z,r}(\xi)$ und der aus q resultierenden Momentenlinie für einen symmetrischen Zweifeldträger mit Rechteckquerschnitt ($b = 0,4m$, $d = 1,0m$) mit einem parabolischen Spanngliedverlauf gemäß Bild 13 ($f_s = 0,55m$, $a = 0,40m$). Bei einer Vorbemessung wurden folgende Spannstahlfläche und Vorspannkraft gewählt:

$$A_z = 15,5 \text{ cm}^2$$

$$Z_v = 1,463 \text{ MN}$$

Das Zwangmoment aus Vorspannung am mittleren Auflager ergibt sich zu:

$$M_{vx} = Z_v \cdot (f_s - a) = 1,463 \cdot (0,55 - 0,40) = 0,220 \text{ MNm}$$

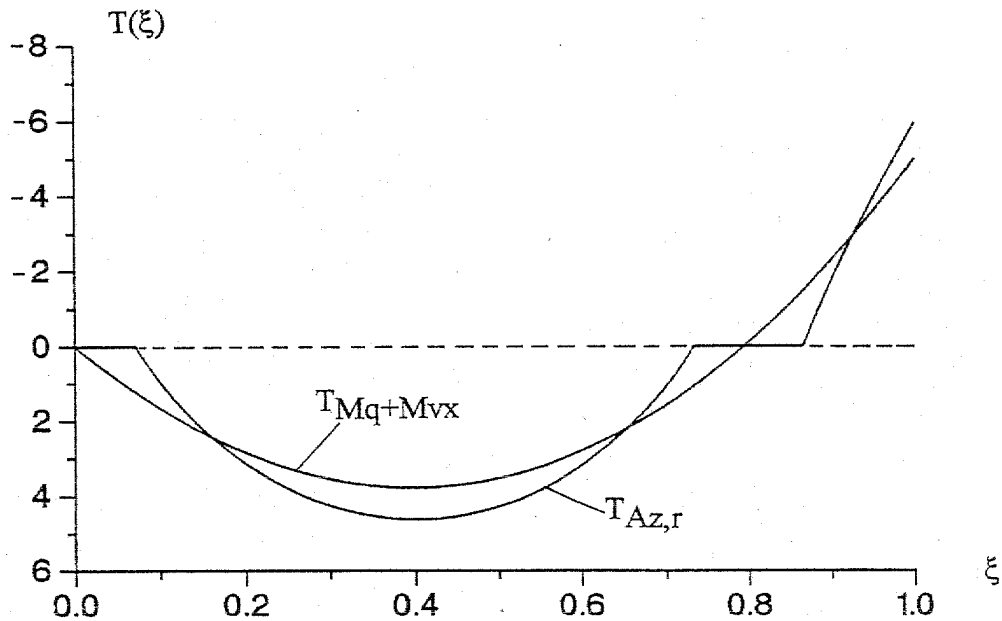


Bild 14: Verlauf $T(\xi)$ von $A_{z,r}$ im Vergleich mit M_q und kritische Bereiche beim Zweifeldträger

5.3 Restsicherheit

Unter der Annahme, daß Stahlversagen zum Bruch führt, kann durch Vergleich zwischen aufnehmbarem Moment des Restspannstahlquerschnitts $M_{A_{z,r}}$ und dem Lastmoment M_q die Restsicherheit über die Trägerlänge ermittelt werden. Sie ergibt sich wie folgt:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_{A_{z,r}}(\xi)}{M_q(\xi) + M_{vx}(\xi)} \quad (64)$$

(siehe Anmerkung nächste Seite)

Entsprechend der Herleitung im Abschnitt 5.2 kann die Restsicherheit bei der Ribbildung unter häufiger Last jetzt angegeben werden:

- Feldbereich :

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_q(\xi) - \lambda M_{r,B} + \lambda M_{vx}(\xi)}{\lambda[M_q(\xi) + M_{vx}(\xi)]} \cdot \frac{\eta_{z_z}(\xi)}{k_o + y_{bz}(\xi)} \quad (65)$$

- Stützbereich :

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_q(\xi) - \lambda M_{r,B} + \lambda M_{vx}(\xi)}{\lambda[M_q(\xi) + M_{vx}(\xi)]} \cdot \frac{\eta_{z_z}(\xi)}{k_u + y_{bz}(\xi)} \quad (66)$$

Für einen mit einer Gleichstreckenlast belasteten Zweifeldträger kann die Restsicherheit bei Ribbildung wie folgt angegeben werden:

- Feldbereich :

$$\gamma_r(\xi) = \left[\frac{m(3\xi - 4\xi^2) - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}(\xi)}{\beta_{bz} W_{bu}} \right] \cdot \frac{\eta_{z_z}(\xi)}{[k_o + y_{bz}(\xi)] \cdot [m(3\xi - 4\xi^2) + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bu} \beta_{bz}}]} \quad (67)$$

- Stützbereich :

$$\gamma_r(\xi) = \left[\frac{m(3\xi - 4\xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}(\xi)}{\beta_{bz} W_{bo}} \right] \cdot \frac{\eta_{z_z}(\xi)}{[k_u + y_{bz}(\xi)] [m \cdot (3\xi - 4\xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} + \frac{M_{vx}(\xi)}{W_{bo} \beta_{bz}}]} \quad (68)$$

Anmerkung zu Gleichung 64: Diese Gleichung ist sinnvoll, wenn geprüft werden soll, ob der Sicherheitsbeiwert γ_r größer oder kleiner als 1 ist. Bei Sicherheiten größer 1 kann der Sicherheitsbeiwert anschaulich allein auf die Last q bezogen werden (M_{vx} bleibt als Systemgröße vorhanden), so daß sich dann ergibt:

$$\gamma_r(\xi) = \frac{M_{A_{z,r}}(\xi) - M_{vx}(\xi)}{M_q(\xi)}$$

Dies wird in den weiteren Darstellungen noch nicht benutzt. Das ist einer späteren Fassung des Berichts vorbehalten. Zur Schreibvereinfachung ist in Gl. 64 und den nachfolgenden Gleichungen auch der Beitrag M_A , des Betonstahls zum aufnehmbaren Moment nicht explizit aufgeführt; sofern Betonstahl vorhanden ist, kann dieser bei der Ermittlung der Restsicherheit angesetzt werden.

Bild 15 zeigt als Beispiel die Restsicherheit für einen Zweifeldträger mit einem parabolischem Spanngliedverlauf ($f_s = 0,55m$ und $a = 0,4m$) bei einem Lastniveau $m = 6$.

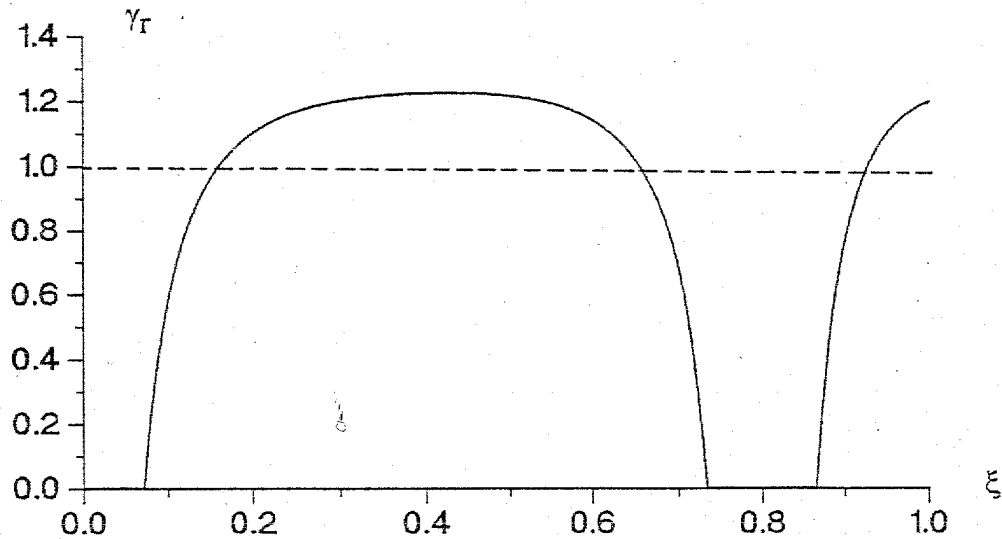


Bild 15: Restsicherheit gegenüber Bruch bei Rißbildung bei einem Zweifeldträger

5.4 Erforderliche Betonstahlbewehrung

Ähnlich wie bei statisch bestimmten Systemen kann die erforderliche Stahlfläche aus der Bedingung zur Einhaltung eines verminderten Sicherheitsfaktors von $\gamma_r = 1,0$ gegenüber Bruch ermittelt werden. Allgemein kann geschrieben werden:

$$M_{A_s} = M_q + M_{vx} - M_{A_{z,r}} \quad (69)$$

bzw. mit Hilfe der bekannten Abkürzungen für den Feldbereich erhält man:

$$A_s \beta_s z_s = \lambda \sigma_{bu,\Delta q} W_{bu} + M_{vx} - [W_{bu} (\sigma_{bu,\Delta q} - \beta_{bZ}) + M_{vx}] \frac{\eta z_z}{k_o + y_{bz}} \quad (70)$$

Die erforderliche Betonstahlfläche läßt sich aus folgender Gl. bestimmen:

$$A_s = \frac{\lambda W_{bu} \beta_{bZ}}{\beta_s z_s} \left[\alpha + \frac{M_{vx}}{\lambda \beta_{bZ} W_{bu}} - \left(\frac{\alpha - 1}{\lambda} + \frac{M_{vx}}{\lambda W_{bu} \beta_{bZ}} \right) \frac{\eta z_z}{k_o + y_{bz}} \right] \quad (71)$$

Entsprechend kann die erforderliche Betonstahlbewehrung für den Stützbereich wie folgt bestimmt werden:

$$A_s = \frac{\lambda W_{bo} \beta_{bZ}}{\beta_s z_s} \left[\alpha_o + \frac{M_{vx}}{\lambda \beta_{bZ} W_{bo}} - \left(\frac{\alpha_o - 1}{\lambda} + \frac{M_{vx}}{\lambda W_{bo} \beta_{bZ}} \right) \frac{\eta z_z}{k_u + y_{bz}} \right] \quad (72)$$

In Gl.(71) bedeutet

$$\alpha_o = \frac{\sigma_{bo, \Delta q}}{\beta_{bZ}} = \alpha \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}}$$

Im Fall von statisch bestimmten Tragwerken bei kontinuierlichem Spannstahlausfall erhielten wir die maximale Mindestbewehrung ($max A_{s,min} = \lambda \cdot M_{r,B}$) an der Stelle, die die Gleichung $M_{\Delta q} = M_{r,B}$ erfüllt. Dies ist bekanntermaßen gerade an dem Punkt gegeben, an dem $A_{z,r}$ gerade noch den Wert Null aufweist.

Der Unterschied des statisch unbestimmten Systems in Bezug auf das Ankündigungsverhalten liegt in der Wirkung des Zwangmoments aus Vorspannung. Auf diese Wirkung wird im folgenden genauer einzugehen sein.

Auch für statisch unbestimmte Systeme ergibt sich die Stelle, die das größte $A_{s,min}$ erfordert, aus der Bedingung, daß $A_{z,r}$ gerade noch Null sein muß. D.h., es gilt jetzt bei Berücksichtigung des Zwangmoments:

$$M_{\Delta q} + M_{vx} = M_{r,B} \quad (73)$$

Betrachtet man in diesem Zusammenhang Gl.(69) für die oben genannte Bedingung $A_{z,r} = 0$, so erhält man:

$$M_{A_{s,min}} = \lambda \cdot M_{\Delta q} + M_{vx} \quad (74)$$

Löst man Gl.(73) nach $M_{\Delta q}$ auf und setzt den erhaltenen Ausdruck in Gl.(74) ein, ergibt sich:

$$M_{A_{s,min}} = \lambda \cdot M_{r,B} - M_{vx} \cdot (\lambda - 1) \quad (75)$$

Die Gleichung (75) läßt folgende Schlüsse ziehen:

- Ein positives Zwangsmoment - wie es im Normalfall für ein besseres Tragverhalten im Gebrauchs- und Bruchzustand gewünscht wird - mindert die erforderliche Bewehrung im Feldbereich gegenüber statisch bestimmten Systemen ab. Denn $M_{r,B}$, M_{vx} und $(\lambda - 1)$ sind im Feld positiv.
Für die Größe der benötigten Betonstahlmenge im Feldbereich ist dann der Punkt (der beiden möglichen) maßgebend, der unter der Wirkung des kleineren (positiven) Zwangsmoments steht, in einem Randfeld normalerweise der dem Endauflager nächstliegende.
- Auf die Größe der Mindestbewehrung über der Stütze wirkt sich ein positives M_{vx} steigernd aus, da in diesem Fall $M_{\Delta q}$ negativ und der Klammerausdruck $(\lambda - 1)$ positiv ist.
Die Menge der einzulegenden Schlaffstahlmenge im Stützbereich bestimmt nun derjenige Punkt links oder rechts des betreffenden Auflagers, der das größere Zwangsmoment aufweist.
- Ein negatives Zwangsmoment bewirkt im Prinzip das Gegenteil dessen, was über die Wirkung eines positiven gesagt wurde.
- Für den Fall $M_{vx} = 0$ ergibt sich die Mindestbewehrung wie bei statisch bestimmten Tragwerken.

Stellt sich entweder im Stütz- oder im Feldbereich eine Steifigkeitsänderung ein, z.B. infolge nicht lokal, sondern nur bereichsweise begrenzten Spannstahlausfalls, so muß von einer Veränderung des Zwangsmoments ausgegangen werden. Diese Veränderung des Zwangsmoments nach der Ribbildung ist allerdings nur bei der Betrachtung der Restsicherheit und nicht für die Bestimmung der Mindestbewehrung sowie der maßgebenden Punkte anzusetzen, da diese für den Zustand des Trägers vor der Ribbildung ermittelt werden. Bei der Berechnung der Restsicherheit wiederum ist die Änderung nur in Innenfeldern zu berücksichtigen, in Randfeldern kann sie vernachlässigt werden. Die Begründung hierfür liefert ebenfalls die Gleichung (75).

Denn: Ein kleineres, positives oder negatives Zwangsmoment bedingt eine kleinere Mindestbewehrung über der Stütze, die Auswirkung auf die benötigte Schlaffstahlmenge im Feld ist für den (dem Endauflager nahen) maßgebenden Punkt aufgrund des M_{vx} -Verlaufes unbedeutend. Die Restsicherheit wird bei einem verminderten Zwangsmoment allerdings im Stützbereich verringert, im Feldbereich spielt die Änderung wieder eine geringe Rolle.

Eine geschlossene Lösung der oben stehenden Gl.(73) ist möglich, wenn die Verläufe der Momente infolge Δq und Z_v sowie der Verlauf des Zwangsmoments geschlossen beschrieben werden können.

Für eine Gleichstreckenlast q bei einem symmetrischen Zweifeldträger kann die erforderliche Betonstahlbewehrung wie folgt angegeben werden:

- Feldbereich :

$$A_s = \frac{\lambda W_{bu} \beta_{bZ}}{\beta_s z_s} \left[\frac{\sigma_{bu, \Delta q}}{\beta_{bZ}} - \left(\frac{m(3\xi - 4\xi^2) - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}}{W_{bu} \beta_{bZ}} \right) \frac{\eta z_z}{\lambda(k_o + y_{bz})} + \frac{M_{vx}}{\lambda W_{bu} \beta_{bZ}} \right] \quad (76)$$

- Stützbereich :

$$A_s = \frac{\lambda W_{bo} \beta_{bZ}}{\beta_s z_s} \left[\frac{\sigma_{bo, \Delta q}}{\beta_{bZ}} - \left(\frac{m(3\xi - 4\xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \lambda}{\lambda} + \frac{M_{vx}}{W_{bo} \beta_{bZ}} \right) \frac{\eta z_z}{\lambda(k_u + y_{bz})} + \frac{M_{vx}}{\lambda W_{bo} \beta_{bZ}} \right] \quad (77)$$

Die maximal erforderliche Betonstahlbewehrung kann mit Hilfe der Gl. (73) und Gl. (71) bzw. (72) ermittelt werden. Für das Beispiel aus Abschnitt 5.2 ergibt sich die Mindestbewehrung wie folgt:

- Feldbereich (Stelle $\xi = 0,071$ ist maßgebend, nach Gl. (28)) :

$$A_{s,min} = \frac{1,23 M_{r,B}}{\beta_s z_s}$$

- Stützbereich (Stelle $\xi = 0,864$ ist maßgebend, nach Gl. (28)) :

$$A_{s,min} = \frac{1,46 M_{r,B}}{\beta_s z_s}$$

Wird sowohl im Feld- als auch im Stützbereich die jeweils maximal erforderliche Mindestbewehrung eingelegt, so ergibt sich überall eine Restsicherheit $\gamma_r \geq 1$. Eine Umlagerung der Schnittgrößen ist daher in diesem Fall uninteressant. Bild 16 zeigt die Restsicherheit eines Zweifeldträgers mit einem parabolischen Spanngliedverlauf gemäß Bild 13 ($a = 0,4 m$, $f_s = 0,55 m$). Das Lastniveau m beträgt in diesem Beispiel $m = 6$. Infolge des Zwangsmoments aus der Vorspannung wird die Betonstahlbewehrung (unten liegend) im Feldbereich über den Stützbereich durchlaufend geführt.

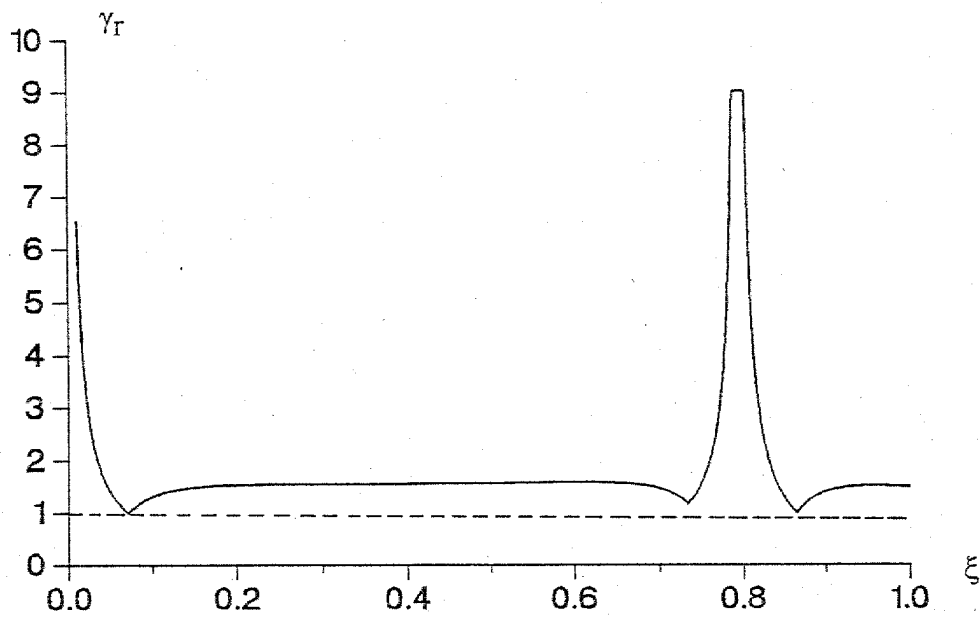


Bild 16: Restsicherheit mit Mindestbewehrung

5.5 Betrachtung der Umlagerung der Schnittgrößen

Es ist bekannt, daß die Verteilung der Schnittgrößen in einem statisch unbestimmten System von der Verteilung der Steifigkeit abhängt. Das bedeutet, daß jede lokale Änderung der Steifigkeit auch zur neuen Verteilung der Schnittgrößen führen kann. Auf den ersten Blick kann hierdurch abgeleitet werden, daß der Lastfall 'Spannstahlausfall' bei statisch unbestimmten Systemen durch die Umlagerungsmöglichkeit teilweise oder sogar ganz kompensiert werden kann.

In Bild 17a wird ein Mehrfeldträger und der zugehörige Momentverlauf unter einer Gleichstreckenlast q dargestellt. Die Restspannstahlfläche bei Rißbildung kann qualitativ wie im Bild 17b dargestellt werden.

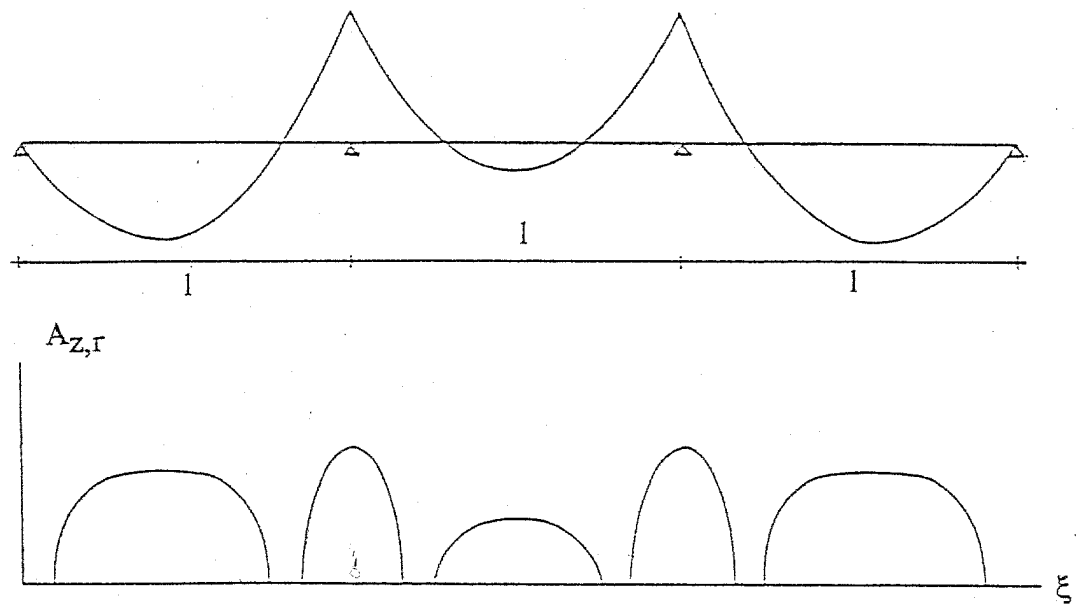


Bild 17: Momentenverlauf und qualitative Restspannstahlfläche bei einem Mehrfeldträger

In den Bereichen, in denen der gesamte Spannstahl zur Rißbildung ausfallen muß, beträgt die Restsicherheit $\gamma_r = 0$, falls eine Betonstahlbewehrung nicht vorhanden wäre. Das würde aber auch bedeuten, daß eine mögliche Umlagerung der Schnittgrößen beim Lastfall 'Spannstahlausfall' ohne eine Betonstahlbewehrung ausgeschlossen ist. Das System versagt somit ohne Vorankündigung. Bei Vorhandensein einer Betonstahlbewehrung können die Schnittgrößen in diesen Bereichen jedoch bis zum Fließmoment der Bewehrung aufgenommen werden; eine Umlagerung der Schnittgrößen wird prinzipiell möglich. Die Größe der Umlagerungsmöglichkeit hängt von der Verformungsfähigkeit des Tragwerks ab.

Bei der rechnerischen Untersuchung eines gegebenen Tragwerks kann mit den in den vorhergehenden Abschnitten hergeleiteten Beziehungen das aufnehmbare Moment an jeder beliebigen Stelle bei Rißbildung ermittelt werden. Daraus ergibt sich auch der Verlauf der Restsicherheit (γ_r) bei Rißbildung gegenüber dem Momentverlauf infolge q nach E-Theorie.

$$\gamma_r = \frac{M_{A_{z,r}}(\xi) + M_{A_s, \text{vorh}}(\xi)}{M_q(\xi) + M_{vx}(\xi)} \quad (78)$$

Aus diesem Verlauf können die Minima der Restsicherheit festgestellt werden. Wie anhand von Bild 16 zu erkennen ist, ergeben sich pro Randfeld eines statisch unbestimmten Tragwerks 3, pro Innenfeld 4 Tiefpunkte. Nach der Feststellung der Tiefpunkte ist die gewünschte lokale Momentenumlagerung ΔM_{local} gegeben. Sie ergibt sich streng genommen aus der Differenz zwischen dem Moment aus $q + vx$ und der Summe aus dem Fließmoment der Betonstahlbewehrung und dem von $A_{z,r}$ aufnehmbaren Moment an der Stelle mit der geringsten Restsicherheit.

$$\Delta M_{local} = M_q + M_{vx} - (M_{A_s} + M_{A_{z,r}}) \quad (79)$$

Im Regelfall ist an den Tiefpunkten die Restspannstahlfläche bei Rißbildung ($A_{z,r}$) gerade noch gleich Null. Somit entfällt in der o.g. Gleichung der Term $M_{A_{z,r}}$.

Indem das maximal aufnehmbare Moment an der Stelle des größten Tiefpunktes gleich dem Fließmoment des vorhandenen Betonstahls festgesetzt wird, ist bei unveränderter Belastung q der Verlauf des Moments M_q nach der Umlagerung bekannt. Aus der Differenz zwischen dem Stützmoment M_q vor und dem nach der Umlagerung $M_{q,nach}$ kann der erforderliche Umlagerungsfaktor δ abgeleitet werden.

Der Nachweis, daß eine solche Umlagerung möglich ist, kann entweder vereinfacht über das Verhältnis x/d oder die Rotationsfähigkeit entsprechend EC2 geführt werden.

Anhand des Beispiels in Abschnitt 5.2 soll die Vorgehensweise gezeigt werden.

Aus den Berechnungen der vorhergegangenen Abschnitte können die aufzunehmenden Momente ($M_q(\xi) + M_{vx}(\xi)$) und aufnehmbaren Momente der Restspannstahlfläche und der Mindestbewehrung ($M_{A_{z,r}} + M_{A_s, \text{min}}$) bezogen auf das Rißmoment des Betonquerschnitts ($M_{r,B}$) zusammenfassend in Bild 18 dargestellt werden. In diesem Fall wird jedoch im Stützbereich nur die im Feldbereich erforderliche Mindestbewehrung angesetzt.

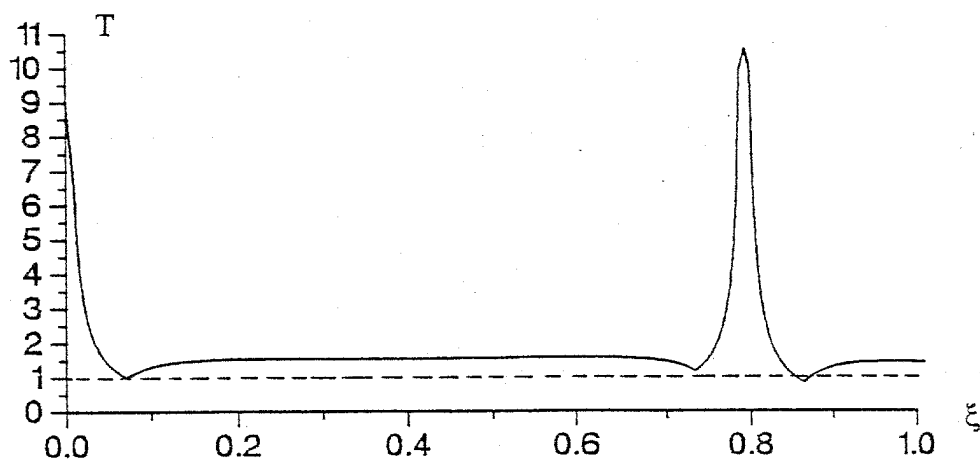
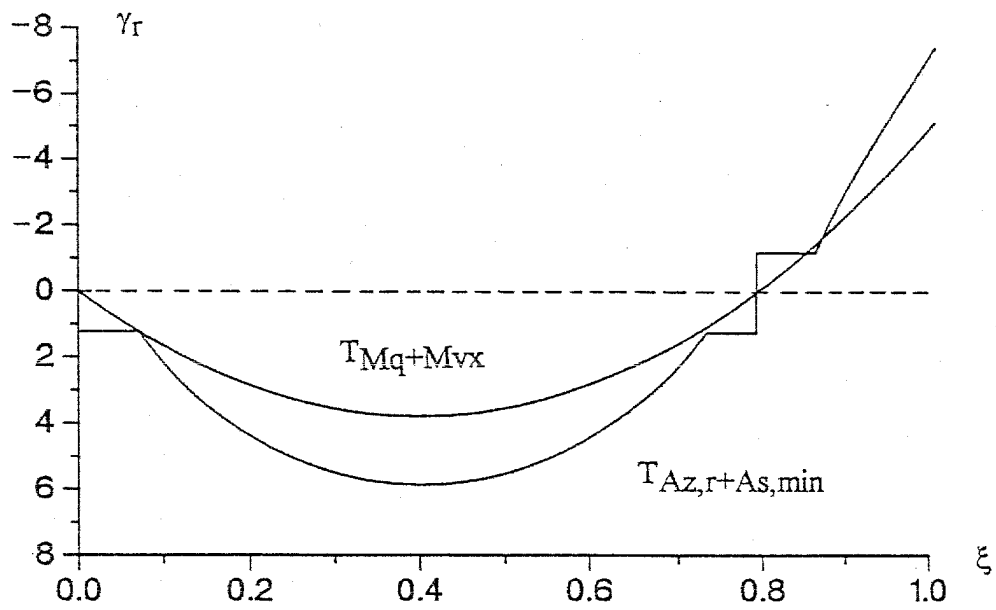


Bild 18: aufzunehmende und aufnehmbare Momente und Restsicherheit bei einem Zweifeldträger (Rechteckquerschnitt und parabolischer Spannungslieverlauf)

Für das Beispiel liegt der größte Tiefpunkt an der Stelle $\xi = 0,864$. Hiermit kann das lokal umzulagernde Moment wie folgt bestimmt werden:

$$-\frac{\Delta M_{local}}{\beta_{bz} W_{bo}} = -m (3\xi - 4\xi^2) \cdot \frac{W_{bu}}{W_{bo}} - \frac{Z_v(f_s - a)}{\beta_{bz} W_{bo}} \cdot \xi + \frac{M_{A_s, min}}{\beta_{bz} W_{bo}}$$

Setzt man die entsprechenden Werte ein, erhält man:

$$-\frac{\Delta M_{local}}{\beta_{bz} W_{bo}} = -2,364 + 0,902 + 1,23 = -0,232$$

Bild 19 zeigt das lokal umzulagernde Moment ΔM_{local} , das umgelagerte Stützmoment $M_{q, nach}$ sowie den Verlauf der Momentenlinie infolge q vor und nach der Umlagerung.

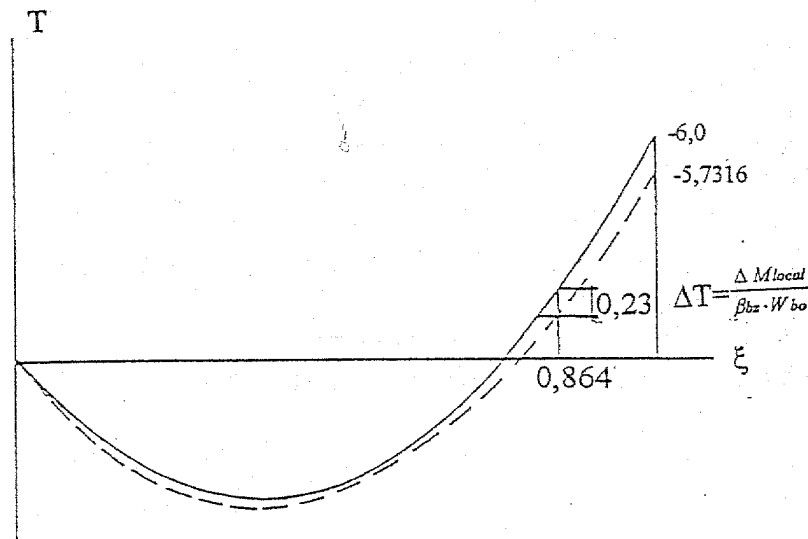


Bild 19: Verlauf von T_{M_q} vor und nach der Umlagerung für das gewählte Beispiel

Der Betrag des erforderlichen Umlagerungsfaktors wird üblicherweise folgendermaßen bestimmt:

An der Stelle $\xi = 1,0$:

$$\delta = \frac{M_{q, nach} + M_{vx} + Z_v \cdot a}{M_q + M_{vx} + Z_v \cdot a}$$

Eingesetzt ergibt sich:

$$\delta = \frac{-5,7316 + 0,220}{-6 + 0,220} = 0,953$$

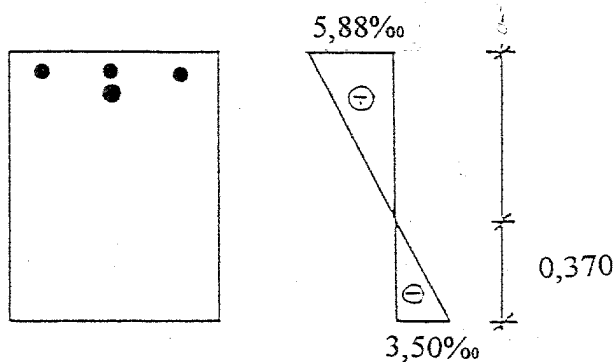
nach EC2, Abschnitt 2.5.3.4.2. (3) gilt:

$$\delta \geq 0,44 + 1,25 \cdot \frac{x}{d} \geq 0,85 \quad (80)$$

$$\leadsto \frac{x}{d} = \frac{1}{1,25} \cdot (0,953 - 0,44) = 0,410$$

$$\Rightarrow x = 0,410 \cdot (0,40 + 0,50)m = 0,370m$$

$$\Rightarrow x_{erf} \leq 0,373m$$



$$D_b = b \cdot x \cdot \alpha_r \cdot \beta_R = 0,40 \cdot 0,370 \cdot 0,8095 \cdot 23,0 = 2,778MN$$

$$Z_z = A_z \cdot \max \sigma_z = 15,5 \cdot 10^{-4} \cdot 1570 = 2,433MN$$

$$\Rightarrow D_b \geq Z_z$$

⇒ Stahlversagen

⇒ Druckzonenhöhe im Bruchzustand ist in Wirklichkeit kleiner,
d.h. die Umlagerung ist rechnerisch möglich

Überprüft man zum Abschluß die Restsicherheit nach der Umlagerung, so muß immer das größere der beiden $A_{z,r}$ vor bzw. nach der Umlagerung eingesetzt werden. Würde man anders verfahren und nur die nach der Umlagerung neu berechnete Restspannstahlfläche verwenden, ergäben sich zwar neue Sicherheitsdefizite, jedoch hätten sich dann konsequenterweise für die Stellen mit $A_{z,r_{nach}} < A_{z,r_{vor}}$ schon vor der Umlagerung Risse einstellen müssen. Dies war aber ausgeschlossen worden.

5.6 Analyse verschiedener Schadensszenarien

Im Gegensatz zu statisch bestimmten Konstruktionen spielen der Ort und die Anzahl der in kurzer zeitlicher Reihenfolge auftretenden Spannstahlausfälle bis zur oder kurz vor die Ribbildung bei statisch unbestimmten Tragwerken eine große Rolle. Weiterhin kann, wie Abschnitt 5.5 gezeigt hat, die Möglichkeit der Schnittgrößenumlagerung bezüglich der einzulegenden Betonstahlfläche bei Spannstahlausfall günstig wirken. Der Einfluß dieser Faktoren auf die erforderliche Mindestbewehrung zur Gewährleistung einer verminderten Bruchsicherheit ist Gegenstand dieses Abschnitts.

Für die folgende Betrachtung gelten die vorher getroffenen Annahmen uneingeschränkt weiter: Ein Spannstahlausfall kann an jeder Stelle im Bauwerk auftreten, das Zwangsmoment aus Vorspannung bleibt unverändert, und eine Schnittgrößenumlagerung ist generell möglich, muß aber für jeden Einzelfall nachgewiesen werden. (zur Vorgehensweise s. Abschnitt 5.5)

Zum besseren Verständnis der folgenden Ausführungen betrachten wir eine Dreifeldträger mit gleichen Stützweiten unter einer gleichförmig verteilten Streckenlast. Der Verlauf von $M_{\Delta q} + M_{vx}$ läßt sich bei Vorgabe bzw. Einsetzen der benötigten Parameter angeben; er soll hier nur qualitativ dargestellt werden (s. Bild 20). Ebenfalls sind in Bild 20 die maßgebenden kritischen Stellen für den Feld- und Stützbereich eingetragen.

Unter einer maßgebenden kritischen Stelle ist immer der Punkt eines Bauwerks zu verstehen, an dem $A_{z,r}$ gerade noch Null ist und daher die größte Mindestbewehrung erfordert. Der kritische Bereich dagegen bezeichnet den Teil eines Tragwerks, in dem bei Ribbildung infolge Spannstahlversagens die Restsicherheit ohne Mindestbewehrung $\gamma_r \leq 1,0$ ist.

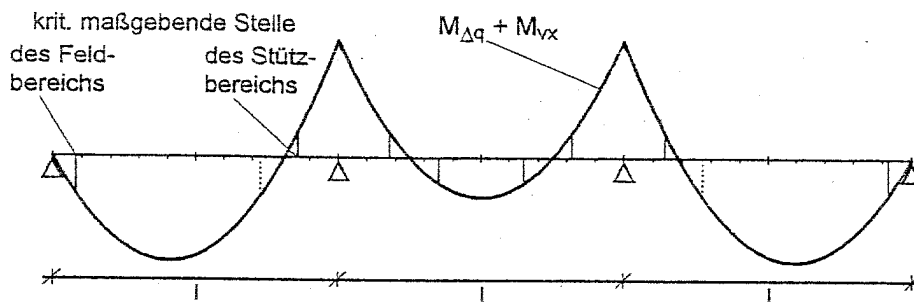


Bild 20: Qualitative Darstellung des Verlaufs von $M_{\Delta q} + M_{vx}$ sowie der maßgebenden Stellen für den Feld- und Stützbereich beim Dreifeldträger mit gleichen Feldlängen und parabolischem Spanngliedverlauf unter gleichförmig verteilter Streckenlast

Stellvertretend für die unendliche Zahl möglicher Kombinationen von lokalen Spannstahlausfällen lassen sich im Prinzip vier verschiedene Typen ableiten:
 (Ausfall ist im folgenden gleichbedeutend mit Spannstahlausfall bis zur bzw. kurz vor die Ribbildung)

1. Ausfall an einer oder mehreren unkritischen Stellen in einem Feld bzw. in zwei benachbarten Feldern oder auch in beliebigen Feldern.
 Bild 21 zeigt mögliche nicht kritische Ausfallstellen.

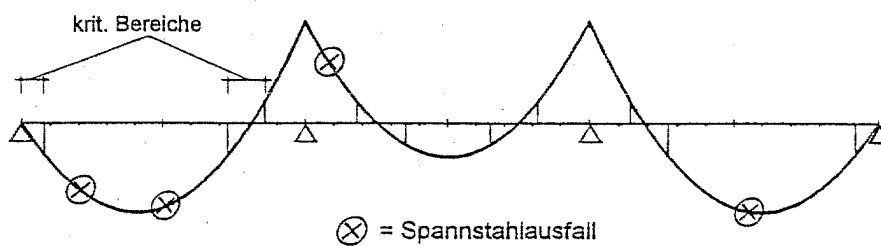


Bild 21: Mögliche nicht kritische Ausfallstellen beim Dreifeldträger

2. Ausfall an einer oder mehreren Stellen im kritischen Bereich nur eines Typs oder beider Typen (Feld- und/oder Stützbereich) in einem Feld bzw. in zwei benachbarten Feldern oder auch in beliebigen Feldern, wobei zusätzlich auch an anderen, unkritischen Punkten Spannstahl ausfallen kann.

In Bild 22 wird ein Beispiel für diesen Ausfalltyp für einen Dreifeldträger dargestellt.

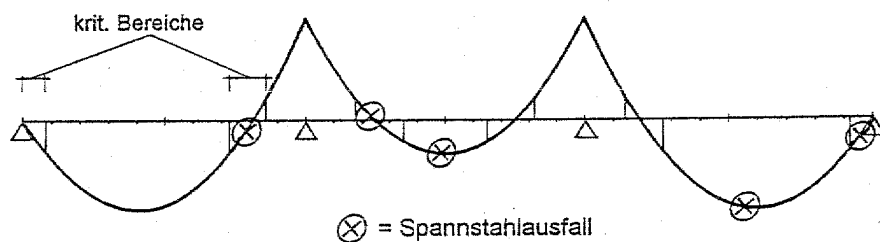


Bild 22: Beispiel für den Ausfalltyp 2 bei einem Dreifeldträger

3. Ausfall an einer bzw. mehreren kritischen Stellen gleichen Typs (2x Feld- bzw. 2x Stützbereich) in einem bzw. zwei benachbarten Feldern, wobei zusätzlich auch an anderen, unkritischen Punkten Spannstahl ausfallen kann.
Eine mögliche Konfiguration von Ausfallstellen für das beschriebene Szenario ist in Bild 23 zu sehen.

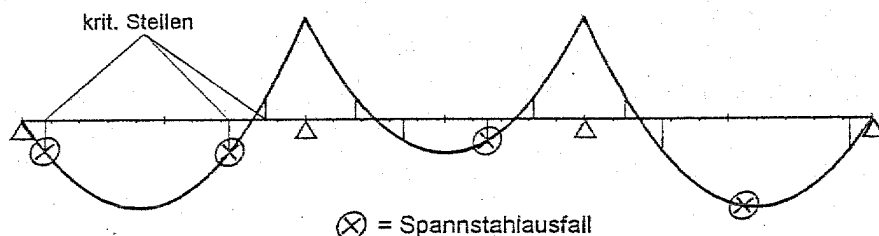


Bild 23: Darstellung eines Schadensszenarios des dritten Ausfalltyps

4. Ausfall an zwei (oder mehreren) kritischen Stellen unterschiedlichen Typs (Feld- und Stützbereich) in einem Feld bzw. im zwei benachbarten Feldern, wobei zusätzlich auch an anderen, unkritischen Punkten Spannstahl ausfallen kann. Für einen Dreifeldträger ist eine mögliche Kombination von Ausfallstellen nach eben genannten Kriterien in Bild 24 eingezeichnet.

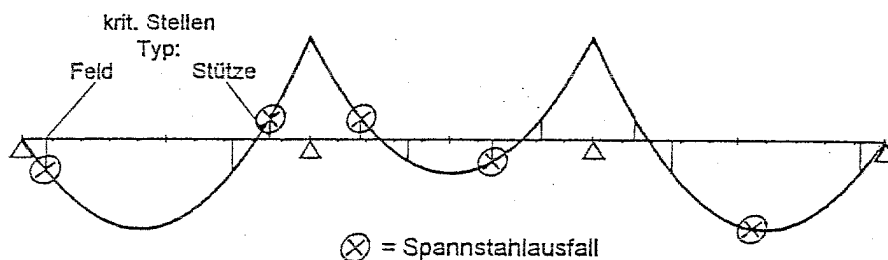


Bild 24: Möglicher Schadensfall des vierten Ausfalltyps

- Im ersten Fall besteht für den Lastfall Spannstahlausfall immer eine Restsicherheit von $\gamma_r > 1,0$, auch ohne Mindestbewehrung und ohne Umlagerung der Schnittgrößen.
- Für den zweiten Typ ist eine Mindestbewehrung erforderlich, um eine Restsicherheit gegenüber Bruch von größer als 1,0 zu garantieren. Diese Mindestbewehrung kann mit $M_{A_s, \min} \leq \lambda \cdot M_{r, B}$ angegeben werden und richtet sich nach der Lage der Ausfallstelle im kritischen Bereich.

Gesetzt den Fall, daß sich ein Ausfall in zwei unterschiedlichen Bereichen (Feld- und Stützbereich) in einem Feld bzw. im zwei angrenzenden Feldern ereignet, kann noch von der Möglichkeit der Schnittgrößenumlagerung Gebrauch gemacht werden. Das würde bedeuten, daß nur in einem der beiden kritischen Bereiche die volle Deckung der Restsicherheit erfolgen müßte, der andere Bereich kann - je nachdem wieviel Umlagerung das System rechnerisch zuläßt - weniger Bewehrung erhalten.

Im Gegensatz zu den Schadensfällen des dritten und vierten Typs gehen die beiden ersten Ausfallszenarien von der Annahme aus, daß der Spannstahl nie an einer der kritischen Stellen ausfallen kann.

- Das Schadensszenario des dritten Falles verlangt ohne Berücksichtigung der Schnittgrößenumlagerung die volle Mindestbewehrung für den jeweiligen maßgebenden Punkt ($M_{A_s, min} = \lambda \cdot M_{r, B} - M_{vx} \cdot [\lambda - 1]$), an dem der Spannstahl ausgefallen ist. Es ist aber auch vorstellbar, eine Betonstahlmenge, die geringer als die eben genannte Mindestfläche ist, einzubauen oder zu fordern, und dann mit Hilfe der Schnittgrößenumlagerung das Sicherheitsdefizit auszugleichen. Ob der Spannstahl z.B. nur an einem oder beiden maßgebenden Punkt(en) des Stützbereichs ausfällt, ist dabei unerheblich, da die Umlagerung in jedem Fall vom Stützmoment in das Feld erfolgen muß. Aufgrund des M_{vx} -Verlaufes kann die kritische Stelle des Innenfeldes und nicht die des Randfeldes den benötigten Grad der Umlagerung bestimmen.
- Sollten aber, wie im Fall des vierten Ausfalltyps, zwei kritische Stellen, die eine im Feld-, die andere im Stützbereich eines Feldes oder zwei angrenzender Felder, betroffen sein, so ist festzustellen:
Eine Restsicherheit von $\gamma_r \geq 1,0$ ist wiederum ohne Umlagerung der Schnittgrößen nur mit der in den vorhergehenden Abschnitten hergeleiteten maximalen Mindestbewehrung zu erreichen. Will man die Möglichkeit nutzen, Schnittgrößen zur Einsparung von Betonstahl umzuverteilen, ist zu beachten:
Unabhängig davon, an welcher maßgebenden Stelle (des Feld- oder Stützbereichs) der Spannstahl zuerst ausfällt und somit die Richtung der Umlagerung vorgibt (Feld zur Stütze bzw. Stütze zum Feld), ist mindestens an einem der beiden kritischen Punkte die volle Mindestbewehrung $max A_{s, min}$ vorzusehen. An der jeweilig anderen maßgebenden Stelle kann eine geringere Bewehrung als $M_{A_s, min} = \lambda \cdot M_{r, B} - M_{vx} \cdot (\lambda - 1)$ vorhanden sein; sie wird von dem Umlagerungsgrad bestimmt, den das System rechnerisch ertragen kann.
Zu diesem Typ des Spannstahlausfalls ist auch das Szenario zu zählen, das den bisherigen Ausführungen des Kapitels "Statisch unbestimmte Systeme" zugrunde liegt.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß sich die Mindestbewehrung nach der Annahme bezüglich Ort und Anzahl der auftretenden Spannstahlausfälle richtet. Die Option der Schnittgrößenumlagerung bietet dabei die Möglichkeit, die Restsicherheit des Tragwerks bei nicht vollständiger Deckung der maximalen Mindestbewehrung zu erhöhen. Unterstellt man den schlimmsten anzunehmenden Fall, daß der Spannstahl fast gleichzeitig an zwei kritischen Stellen unterschiedlicher Bereiche versagt, so muß dank der Umlagerungsmöglichkeit nur entweder an dem kritischen Punkt im Feld oder über der Stütze die volle Mindestbewehrung $M_{A_s, min} = \lambda \cdot M_{r, B} - M_{vx} \cdot (\lambda - 1)$ eingelegt werden. Wieviel oder auch wie wenig Schlaffstahl im jeweils anderen kritischen Bereich vorhanden sein muß, ist vom möglichen Umlagerungsgrad in jedem Einzelfall abhängig.

Hinsichtlich der zu fordernden Mindestbewehrung für statisch unbestimmte Systeme kann gesagt werden, daß die Eintretenswahrscheinlichkeit für den vierten Typ der beschriebenen Ausfallkombinationen als sehr gering anzusehen ist. Deshalb erscheint es gerechtfertigt, eine andere Versagenskombination als maßgebendes Ausfallszenario zur Festsetzung der Mindestbewehrung bei statisch unbestimmten Tragwerken anzunehmen. Vorstellbar ist der Fall, daß an einer kritischen Stelle und im jeweils anderen kritischen Bereich eines Feldes oder zwei angrenzender Felder Spannstahl ausfällt, wobei wiederum auch zusätzlich an anderen nicht kritischen Punkten der Spannstahl versagen kann (Kombination der Ausfalltypen zwei und drei).

Berücksichtigt man die beschränkte Umlagerungsmöglichkeit infolge der geringeren Dehnungsfähigkeit des vorgeschädigten Spannstahls und infolge der Vorspannkraft, so soll die gewählte Mindestbewehrung nicht zu stark von dem theoretischen Wert $M_{A_s, \min} = \lambda \cdot M_{r, B} - M_{vx} \cdot (\lambda - 1)$ abweichen. Dadurch kann der Nachweis, daß die Umlagerung der Schnittgrößen in dem gewünschten Maß möglich ist, unter Umständen entfallen. Dies ist auch eine für die Praxis gerechte Lösung. Eine Mindestbewehrung in der Größenordnung der Zugkeilkraft scheint deshalb sinnvoll. Die Bewehrungsmenge zur Deckung der verminderten Restsicherheit von $\gamma_r \geq 1,0$ ergibt sich damit für diese Ausfallkombination zu:

$$A_{s, \min} = \frac{M_{r, B}}{\beta_s \cdot z_s} \quad (81)$$